

幼稚園教師數概念教學知識之研究

陳品華¹ 陳俞君²

摘要

本研究的目的是探究幼稚園教師在數概念（數與運算）教學上所具備的教學知識。研究中訪談來自高雄縣市四所幼稚園的三十位教師，以半結構題綱作為引導，了解教師的數概念教學知識。結果發現，在內容知識上，教師對數概念的認知易與數學相互混淆，錯誤認知最常出現在序數及數的保留二項。在教學內容知識上，教師雖不易明確指出幼兒數概念的具體學習內容，但對數概念內容的學習先後、教導階段以及目前重要教學內容的認知，均能參照幼兒數概念的發展。在幼兒數概念發展與學習的知識上，教師對幼兒數能力的認知，的確符合隨年齡增長的發展模式；在多數的數概念項目上，教師可察覺幼兒的學習錯誤。本研究最後根據研究結果，提出教學及研究上的建議。

關鍵詞：數概念、幼稚園教師、內容知識、教學內容知識、學習者認知的知識

1 陳品華，國立屏東教育大學教育心理與輔導學系副教授

電子郵件：phchen@mail.npue.edu.tw

2 陳俞君，樹德科技大學幼兒保育系副教授

電子郵件：pinyu25@yahoo.com

投稿日期：2006年1月3日；採用日期：2006年5月15日

A Study of Kindergarten Teachers' Teaching Knowledge of Number Concepts

Pin-Hwa Chen¹ Yu-Jun Chen²

Abstract

The purpose of this study was to investigate kindergarten teachers' knowledge about teaching number concepts (number and operations). Thirty teachers were recruited from four kindergartens in southern Taiwan. The results were: (1) in terms of teachers' content knowledge, they often confused number concepts with mathematics and had inaccurate perceptions on cardinality and number conservation; (2) in terms of teachers' pedagogical content knowledge, they could identify learning and instructional sequences of number concepts and further indicate important teaching contents for preschoolers; and (3) in terms of teachers' knowledge of learners' cognition, they were able to identify the learning errors made by children on lots of the number concepts, and their perceptions of children's abilities were consistent with the developmental model. Based on the results, suggestions for instruction and future studies were provided.

Key words: number concepts, kindergarten teachers, content knowledge, pedagogical content knowledge, knowledge of learner's cognition

1 Pin-Hwa Chen, Associate Professor, Department of Educational Psychology and Counseling, National Pingtung University of Education

E-mail: phche@mail.npue.edu.tw

2 Yu-Jun Chen, Associate Professor, Department of Early Childhood Care and Education, Shu-Te University
Email: pinyu25@yahoo.com

Manuscript received: Jan. 3, 2006; Accepted: May 15, 2006

壹、前言

幼兒數學教育近年來受到高度的重視。美國數學教師協會（NCTM）在二〇〇〇年正式將學齡前幼兒階段納入學校數學標準與原則之中（NCTM, 2000），並於二〇〇二年與美國幼教協會（NAEYC）共同發表幼兒數學的聯合聲明（Clements, Copple, & Hyson, 2002）。在聲明中特別提到幼稚園教師的專業，指出幼兒數學教育的發展，有賴於更具效能的師資以及持續性的教師專業成長（Sarama & DiBiase, 2004）。

教師為幼兒數學教學的核心人物，透過教學實作支持幼兒數學的學習。若教師不具備教學所需的專業，勢將直接影響幼兒的學習成效。因此，幼稚園教師的專業知識，應為幼兒數學教學研究關注的重點。NCTM 與 NAEYC 在共同發表的聯合聲明中，即明確指出幼稚園教師的數學教學知識應包括：與幼兒密切關連的數學內容與概念的知識、幼兒發展與學習的知識、有效教導幼兒數學方法的知識、觀察及記錄幼兒數學活動與理解的知識、提升數學能力及興趣的資源和工具的知識（Sarama & DiBiase, 2004）。將上述知識對照過去教學知識研究所重視的三種知識：學科內容知識、教學內容知識與對學習者認知的知識（黃幸美，2000；Carpenter, Fennema, & Franke, 1996; Carpenter, Fennema, Peterson, & Carey, 1988; Fennema & Franke, 1992; Fennema, Carpenter, Franke, Levi, Jacobs, & Empson, 1996），可以了解幼稚園教師在進行數學教學時，必須具備的知識包括有：數學內容知識（學科內容知識）、數學教學內容知識（教學的知識）、幼兒數學發展與學習的知識（學習者認知的知識）。

因應學前幼兒發展與學習的特質，幼兒教保模式大多強調以遊戲為主、統整性的課程，少採學科導向。理想上，幼稚園教師應廣泛涉獵語文、數學、音樂及體能各學識領域，並熟知適合幼兒之教材教法，方能因應各學科領域的教學。然而，在幼教師的養成訓練中，係以教保知能為主，而非著重於單一學科。Clements、Copple 和 Hyson（2002）即發現，大多數的幼稚園教師，均只具備有限

的數學與數學教育的知識。也由於如此，台灣幼稚園教師是否具備足夠的數學教學知識以因應教學？值得加以關注。

數概念（數與運算）為幼兒數學中重要且核心的內容領域（Clements, 2004）。目前國內研究對於幼兒數概念發展、數能力、園所學習環境安排等，已有初步的認識與了解（許惠欣，1997；陳俞君、陳英娥、陳品華、楊筱明、曹純瓊，2003；陳品華、陳俞君、吳柳嬌，2003；甯自強，1998），但對於幼稚園教師的數概念教學面向，仍缺乏實證探討。有鑑於此，本研究的目的在探究目前的幼稚園教師在數概念教學上所具備的教學知識，以作為幼兒數概念教學及幼教師資培育的參考。

貳、文獻探討

一、幼兒數概念的發展與學習

幼兒數概念發展與數能力的研究，早期主要是根據皮亞傑的論點；由於皮亞傑堅信具邏輯運思本質的數保留能力是數學理解之根基，學前幼兒由於心智邏輯能力尚未發展，無法保留數量之不變性，因而無法真正理解數量（Piaget, 1965）。此一幼兒數量無能的觀點，在後續的研究中受到不少的質疑與挑戰。許多認知研究不但證實學前幼兒甚至嬰兒即有保留能力的出現，也指出保留概念是可以被訓練與教導的（Antell & Keating, 1983; Gelman & Gallistei, 1978; Murray, 1978）；並且，幼兒理解數概念的能力可能是與生俱來的（Koechlin, Dehaene, & Mehler, 1997; Wynn, 1995）。研究也陸續發現，學前幼兒不但沒有缺乏數概念，事實上是具備有相當的數知識及能力，被統稱為「非正式算術」（Informal Arithmetic），它們植基於日常生活的理解及因應策略，包括：多少、序列、同等、唱數、計數、實用算術等（Baroody, 1987; Ginsburg, 1989）。

幼兒階段在數與運算上的關鍵技能和概念為何？Copley（2000）認為，絕對

不只是父母親常提到的數數 (counting) 而已。她進一步指出，計數是一項需要許多能力的技能，例如：幼兒需能記誦數詞的順序；若要數超過 9 的數時，幼兒需能指認數的型式；幼兒需能連結單一數詞至單一物件，且一次只能一個（即一對一對應）；若要數得正確，幼兒必須知道數過的物件不能重覆計數等。除了計數之外，數量 (quantity) 也是數與運算的核心，當幼兒理解最後數算的數目為總物件總數 (基數) 時，表示他們已開始了解數的量。指認「部分——部分——整體的關係 (part—part—whole relationship)」是發展數感的基礎，知道一個完整的數可用多個部分加以表徵，也是數運算的先決條件。添加 (add to) 和拿走 (take away) 是二個早期常見的數運算。而數的比較除了包括數詞的認識外，也涉及對數量的了解。再者，幼兒若要在數學上有所進展，也必須能夠使用其社會中標準的書寫數字，正如同文字讀寫一般，幼兒首先要能指認數字符號，並將之與意義連結，而後學習書寫數字。此外，能夠指認出數字中每個數目字 (digit) 所在位置的意義 (位值)，對於幼兒了解十進位系統也是重要的。

在能力方面，Tan 和 Bryant (2000) 的研究發現，5-6 個月大的嬰兒即能藉由物體密度的觀察分辨數量的大小，並藉由視知覺發展一對一的概念。Brannon 和 Van de Walle (2001) 的研究顯示，2-3 歲的幼兒已經具備數的分辨能力，並擁有 6 以下的基數概念。Curtis (2001) 則發現，學前幼兒的數概念發展依序為一對一概念、數數、基數。Sophian (2000) 指出，三歲幼兒會先以物體大小作為數量判斷的依據，但此現象會隨著年齡增長而減少。Mix (2001) 的研究發現，幼兒數量同等的發展約始於 3-4 歲，其發展與所提供的物件相似程度有密切關連。李丹 (1992) 的研究指出，學前幼兒數概念的發展有三個重要階段：第一階段為對數量的動作感知階段 (3 歲左右)，幼兒對大小、多少有籠統的感知，能唱數至 10，計數至 5，但只是數詞與手的動作協調，總數仍有錯誤；第二階段為數詞與物體數量間建立連繫階段 (4-5 歲)，幼兒計數後能說出總數，末期出現數量守恆現象。此時能按數取物，能認識序數，能知道 10 以內之合成、分解的概念，並且能做簡單的實物加減運算；第三階段為數的運算之初期階段 (5-7 歲)，幼兒已能從實物的運算走向抽象數字運算，能作 20 以內的加減運算，基數和序數概念已呈穩定發展。

在美國數學教師協會（NCTM）所提出的 Pre-K 到 Grade 2 的數學標準中，數概念（數與運算）為五大主要數學內容領域之一，它又包含了數數、比較與排序、加減、合成分解、群組和位值、等量分割等六個主題領域。以學前幼兒的發展而言，大多數 2-3 歲的幼兒應會唱數 1-10、計數 1-4、透過視覺進行多少的比較、序數可了解第一個和最後一個；4 歲幼兒應會唱數 1-30、計數 1-10、進行 5 以內的比較、序數 1-5、進行總數 5 以內的加減、將 10 以內的物件等分給 2 人；5 歲幼兒應會唱數 1-100、計數 1-20、進行 10 以內的比較、序數 1-10、進行總數 10 以內的加減、10 以內的合成分解、指出二位數字的十位數位值、將 20 以內的物件等分給 3-5 人（Clements, 2004）。

國內近年來也陸續出現相關研究，甯自強（1998）探究一位幼稚園大班幼兒的數概念發展，發現該幼兒的數概念為起始數概念，可通過數保留概念的測驗，並能透過再表現（將一概念透過具體事物加以表徵）解決加減問題，亦能具體進行單位量的轉換及等分除的解題活動。許惠欣（1997）則探討 4-5 歲幼兒的數算策略，發現幼兒數算策略遵循發展之模式，低層次的數算策略隨年齡而遞減，高層次的數算策略隨年齡而遞增。張玲芬、郭津榕和朱宜芬（2003）了解中班幼兒的數數基本能力，包括唱數（背誦數字）、計數（數實物）和認數字，發現中班幼兒均能由字卡中認出 1-9 的阿拉伯數字；唱數均能由 1-19，部分幼兒在 20 以上時就會放棄或亂了順序；而大多數的幼兒能計數 1-9 的實物，超過 10 以上時，一半以上的幼兒會混亂。

陳俞君、陳英娥、陳品華、楊筱明和曹純瓊（2003）探討四個階段（幼幼、小、中、大班）幼兒的數能力發展情形，主要發現包括：1. 幼兒數能力依年齡不同依序發展。例如，以唱數能力而言，大班幼兒能唱數至 50，中班幼兒能唱數至 20，小班能唱數至 10，幼幼班幼兒能唱數至 3。2. 各項數能力的發展有其順序性及關聯性。例如，幼兒在一對一對應與計數項目的能力相當，但是基數能力則較計數的能力晚。對於大、中班幼兒而言，會正確計數的幼兒同時也知道總數（基數）；但會計數的小班及幼幼班的幼兒，並不一定具備基數概念。數能力發展的順序，依序為唱數、計數及一對一概念、基數；而在了解數字關係的能力發展方面，依序為半路接龍、了解序數概念、了解數字前後關係、倒數。3. 某些數

能力的發展呈現平行的現象。例如，對大班及中班幼兒而言，認讀數字卡與唱數能力的發展呈現平行的現象。4. 幼兒並不是完全無法針對困難的數概念項目做學習，而是需要考慮項目內的難易程度。5. 幼兒可藉由晤談時發現錯誤而修正原先答案。6. 幼兒從多種管道學會解決數概念問題的方法。

二、幼稚園教師的數概念教學

Baroody 和 Benson (2001) 指出，1 歲半至 3 歲半間的學前幼兒即開始學習許多有關數的基本觀念，顯現早期數概念教學有其必要性。由於幼稚園教師為數概念教學的核心人物，近年來許多研究者及教學工作者積極思考幼稚園教師應如何進行適當的教學，並提出許多有效的教學原則及教學實作供幼稚園教師參考。例如，Baroody 和 Wilkins (1999) 即指出數概念的教學原則包括有：1. 使用日常生活情境以營造有目的、情境化的學習；2. 鼓勵幼兒探索存在於周遭世界的數學；3. 使用遊戲來促進其興趣及發展；4. 教師應扮演身旁的引導者而非智者；5. 依據幼兒對數數、數字及算術的興趣來決定提供何種材料及經驗；6. 增加社會性互動；7. 鼓勵幼兒使用口語、物件及手指數數；8. 增進幼兒數感的發展；9. 了解特殊兒也能建構有意義的知識。Copley (2000) 也提出四項幼稚園教師在進行教學時必須考量的原則，包括：1. 教學規畫：幼稚園教師必須就本身的知識及個別幼兒的需求作決定；2. 與幼兒互動：幼稚園教師的重要角色在於與幼兒互動，並促進幼兒間的互動；3. 編排教室活動：幼稚園教師必須編排各種情境讓幼兒參與數學活動；4. 加強家庭與學校的關係：幼稚園教師必須鼓勵家長進行數學上的雙向溝通。

教學實作研究更對幼稚園教師在數概念教學實施上提出諸多建議，包括有：可使用操作、活動、討論等方式來進行教學 (Guha, 2000)；在教學輔助物上，除可利用積木、串珠、糖果等操作物 (Ainsa, 1999; Ediger, 1998) 外，亦可利用視覺影像 (Gervasoni, 1999)、故事書 (Hong, 1999; Thatcher, 2001)、電腦軟體 (Ainsa, 1999; Ediger, 1998) 等。除單元教學活動外，可將數概念教學融入音樂活動 (Kim, 1999)，亦可利用日常活動時間進行相關教學，如：吃點心 (snack time)、圈圈時間 (circle time)、室外遊戲 (playground)、餵食寵物 (feeding

pets) 等 (Geist, 2001; Meriwether, 1997)。

綜合上述，幼稚園教師在數概念教學中扮演著極為核心的角色，不論是教學原則或實作建議，都必須仰賴教師的反芻與實踐才能予以落實，因此，有效能的師資為數概念教學得以成功的關鍵因素。教師本身的知識會影響其教學決策，並透過課室教學的歷程，影響學生（幼兒）的學習 (Carpenter & Fennema, 1988; Carpenter, Fennema, & Franke, 1996)。也因此，幼稚園教師進行數概念教學的專業知能以及持續性的專業成長，已成為數概念教學研究關注的重點 (Sarama & DiBiase, 2004)。

國內有關幼兒數概念教學的研究，為數雖不多但顯多元。在教學原則上，周淑惠 (1996) 綜合國外相關文獻後，指出幼兒數學教學上應提供鷹架式教學支持，其具體原則包括：生活化、遊戲化、具體化、直覺化、解題化、互動化。蔡葉偉、朱方美和桂亞珍 (1998) 則認為數概念在教學上應有完整的發展結構，內容及方法要依幼兒年齡及能力不同而不同，循序漸進，由幼兒在生活中、課堂上實際去操作、體驗、檢驗。在教學實作上，馬祖琳 (2001) 探討幼兒教室的數學教學互動歷程，結果發現：1. 數概念教學的主要方式數字符號的認識及數字符號與數量之聯結；2. 教師多以口語說明、暗示解題步驟傳遞數學知識；3. 專心聽講的常規是數學教室的重要學習規範，並影響幼兒實際參與學習的機會；4. 教師肯定練習本在促進幼兒學習及評量學習成效之功能。

此外，在園所的教學安排上，陳品華、陳俞君和吳柳嬌 (2003) 調查高屏地區學前機構支持數概念學習的環境現況，發現數概念普遍受到幼兒園所的重視，但在教學安排上呈現多元樣貌；有超過半數的園所在教學實施上遭遇來自教材、教具、老師、家長及幼兒等方面的困境；在教學活動設計、教材及教具設計或選用、師資培訓、親職講座及課程說明會的辦理上，均有著對外來資源的需求。在教師專業上，歐用生 (1999) 在幼兒數學教材的研發過程中發現，教師的專業知能是影響幼兒數概念發展的重要因素之一。翁麗芳 (1999) 亦發現，幼稚園教師若不具備專業知能，面對業者的教材推銷或高學歷家長的強力干預，無法堅持本身的數學教學信念。蔡葉偉等人 (1998) 則指出，在幼兒數概念教學上，如果不懂得如何指導或指導錯誤的話，幼兒對數學的興趣將日趨低落，終至害怕數學。

然而，目前尚欠缺有關幼稚園教師數概念教學專業知能的實證研究，對教師進行數概念教學所具備的知識所知有限，值得加以探討。

三、幼稚園教師的數概念教學知識

在數概念教學上，幼稚園教師應具備那些專業知識？美國數學教師協會（NCTM）與美國幼教協會（NAEYC）在共同發表的聯合聲明中，認為幼稚園教師在數學教學上所應具備的專業知識，必須包括幾個相互關連的成分：1. 與幼兒密切關連的數學內容與概念的知識；2. 幼兒發展與學習的知識；3. 有效教導幼兒數學方法的知識；4. 觀察及記錄幼兒數學活動與理解的知識；5. 提升數學能力及興趣的資源和工具的知識（Sarama & DiBiase, 2004）。

提到教師的專業知識，Shulman（1987）指出教師應具備的專業知識至少包括有：1. 學科內容知識（content knowledge）：特定學科專業知識；2. 一般教學知識（pedagogical knowledge）：教學原理、技巧及策略；3. 教學內容知識（pedagogical content knowledge，簡稱PCK）：融合學科內容知識及一般教學知識，將特定學科內容以適合不同特性學生的方式加以組織、表徵的知識；4. 課程知識；5. 學生特性知識；6. 教育環境知識；7. 教育目的知識。Cochran、DeRuiter和King（1993）強調知識是主動建構而非被動接受，認為在學科教學過程中，教師除了能夠了解學科內容及教學方法外，更重要的是，必須了解學生、環境的特性，才能選用有效的方法來表徵學科內容，以因應學生的理解。進而修正Shulman對教學內容知識（PCK）的看法，認為教師的教學內容知識應為四種知識的整合：學科知識、教學知識、對學生的理解（含性別、年齡、學習能力、認知發展層次、先前知識、學習態度、學習風格、學習動機等）以及對環境的認識（含社會、政策、文化、外在環境因素等）。

Fennema和Franke（1992）在歸納教師知識的研究後，提出數學教師的知識模式。該模式指出，數學教師應具備的知識包括有：數學的知識、學習者數學認知的知識、教學的知識。數學的知識指對數學概念的知識、數學的程序性知識、解題知識以及概念間連結的知識，約略是Shulman（1987）的學科內容知識；學

習者數學認知的知識包括學生思考及學習的知識，約略為 Shulman 的學生特性知識；教學的知識包括教學過程的種種知識，如有效的教學策略、教室常規、行為管理、動機引發等，約略為 Shulman 的教學內容知識。

事實上，亦有研究者將對學習者認知的知識歸屬於教學內容知識的範疇之內（Carpenter et al., 1988; Cochran, DeRuiter, & King, 1993; Wilson, Shulman, & Richard, 1987）。不過，對學習者認知的知識，的確是導引教師統整及規畫內容知識及教學知識，為達成有意義教學並促進學習者理解的關鍵性知識（Fennema & Franke, 1992; Fennema, et al., 1996），因此，應可將其獨立於教學內容知識之外，與學科內容知識和教學內容知識二者，成為教師教學必備的三鼎知識結構（黃幸美，2000）。

綜合上述，幼稚園教師在進行數概念教學時，必須具備的知識包括了數概念內容知識（學科內容知識）、數概念教學內容知識（教學的知識）、幼兒的數概念發展與學習的知識（學習者認知的知識）。Clements、Copple 和 Hyson（2002）發現，大多數的幼稚園教師，均只具備有限的數學與數學教育的知識。由於目前國內並無此方面的實證可供參考，本研究試圖透過訪談了解目前幼稚園的教師所具備的數概念教學知識。不過，由於此三種知識各自涵蓋的層面既多元且複雜，本研究先選擇了解部分重要知識，包括：1. 數概念內容知識（含數概念的認知、數與運算項目的認知）；2. 數概念教學內容知識（含幼兒數概念學習內容、先後次序、教學階段、重要項目的認知）；3. 幼兒的數概念發展與學習的知識（含幼兒數能力、學習錯誤的認知）。

參、研究方法

一、對象

本研究採立意取樣，於高雄縣、市各選取二所幼稚園計三十位教師為對象。

其中，公立幼稚園教師十二位，私立幼稚園教師十八位。由於公立幼稚園僅設有中、大班，樣本中大班教師十二位、中班教師十二位、小班教師六位。所有教師均為女性，平均年齡為 36.4 歲；教師均為主要帶班教師，負責執行教學工作，平均教學年資為 11.7 年。

二、工具

本研究採半結構式訪談，由研究者根據研究目的初步編擬訪談問題，並將初擬之題綱送請三位學者專家（數學教育、幼兒教育、教育）進行書面審查，並同時進行二位幼稚園教師的預訪。而後，研究者參酌審查意見與預訪結果修訂完成題綱。本研究為聚焦數概念的內涵，根據相關文獻探討歸納出十二項在幼兒階段於數與運算上的重要技能與概念項目，包括：唱數、計數（基數）、一對一對應、序數、合成分解、數的保留、加、減、比較、認讀數字、書寫數字、位值。本研究並將此十二個項目分別印在小卡片（名稱及定義分別印在卡片的正、反面）上，以方便教師進行研究所需之說明及相關排序。訪談問題包括：

1. 就你的認知，什麼是數概念？
2. 在幼兒階段，數概念應該學些什麼？
（將準備好的數概念項目卡片以正面排放於桌上。）
3. 本研究將幼兒數概念的內涵區分為這十二項，能否請你簡單逐項舉例說明？除了這十二項外，還有無其他項目？
（將數概念項目卡片全數翻至反面，與教師溝通各項目的定義。）
4. 請你依幼兒學習的先後順序，將這些項目作一排序。
5. 這些項目分別應該在那個階段進行教學（小班以前、小班、中班、大班、大班以後）
6. 在你目前的教學中，這些項目的重要性排序為何？
7. （針對受訪者所作重要性排序的前六項，依序逐一詢問）：在此項目的教學過程中，幼兒有無常犯的錯誤？在此項目上，班上幼兒的能力表現為何？

三、實施過程

為使訪談工作順利進行，研究者於訪談前先行拜訪抽樣幼稚園的園長，徵得園所同意及配合後，再由研究助理人員與所有訪談對象個別聯繫並確定訪談時間及地點。個別訪談的訪談者均由同一位研究者擔任，訪談者親赴訪談對象任教園所進行訪談。訪談時間約為一小時，訪談內容於徵得受訪者同意後，進行全程錄音。

四、資料分析

訪談後由研究助理人員將錄音帶內容轉錄成逐字文稿，並就文字稿與錄音帶內容再次進行比對，確認無遺漏及錯誤後進行內容分析。分析方式為研究者依據研究目的及訪談題綱製作分析表格，再分別閱讀文字稿內容，找出關鍵語句及其隱含的意義後，再經由共同討論，製作完成個別教師之分析摘要表，最後彙整所有教師的摘要表內容，進行歸類分析。

肆、研究結果

一、幼稚園教師對數概念及數與運算項目的認知

1. 數概念的認知

對於「什麼是數概念？」這個問題，有二十一位將「數概念」與「數學」相互混淆，在她們的回答中，除了數與運算的相關概念外，也提到包括量、形等在內的數學概念。例如，有一位教師說：

數概念……數量啊……空間哪……嗯我想一下……形狀啊圖形這一方面哪！數量數字……數量形狀……廣泛的來講就是差不多數啊量啊形這一方面。（I：數量形的部分嗎？）對！（T10，p4）

甚至其中一位教師認為數概念的範圍比數學更大。

數概念……大概就是數量的關係、方位、空間、重量還有長度那些概念。（I：你覺得數概念跟數學有沒有不一樣？）我是覺得……嗯……應該……我是覺得它應該是一樣。那……範圍比較大……數概念會比較大一點，就是涵蓋很多方式。然後數學來講可能……嗯……比較是偏向一些學習的方式、模式。比如說，像數學……我……我不知道這兩個名詞怎麼界定。可是……一般我們概念……我們覺得概念是一個比較大的範圍。有一些是……就是靠你的想像或是什麼可以去做到，可是如果是用數學來講，他會去透過某一種方式，去達到這樣子的目的。那……我是覺得數概念會比較大一點，範圍會比較廣一點。（T25，p3）

只有九位在回答定義時不超出數與運算的範圍，但也大多是零散而片斷的認知。例如，有一位教師說：

說實在的我自己本身也沒有一個很明確的印象，雖然說以前修有修過啦……可是要我把它解讀的話，我還是覺得就是……你如果說要講說它有些名稱什麼的話，大概就是數的數序啦……數數啦……大概這些，然後邏輯啦……集合分解啦……排列啦……那一些的，我覺得就我上課的時候，我可以帶給他們的活動的話……大概就是這一些了。（T30，p8）

但值得注意的是，這九位中有二位在回答後續「幼兒階段數概念應學些什麼？」這個問題時，也同樣出現上述的混淆現象。其餘的七位中又有二位在後續回答「幼兒數概念除了這十二項外，還有無其他項目？」時，分別提到顏色及型式概念。因此，只有五位教師對數概念的認知未超出數與運算的範圍。

2. 數與運算項目的認知

(1) 唱數

「什麼是唱數？」二十七位知道唱數是將數目用口語表徵出來（唱出來），有一位老師更表達唱數與計數的不同，她說：

唱數的話是嘴巴唸，計數的話是加入動作，唱數是只有嘴巴。

(T3, p7)

不過，仍有三位將唱數與認讀相混淆，其中一位教師說：

唱數也是就數數的意思……唱出來……唱數就是……是不是……我的印象中是留在就是實際上的去把這個數字就唱名出來是不是？會看數字……會讀出來。(T28, p5)

(2) 一對一對應

「什麼是一對一對應？」二十二位知道它是指一個對應一個，一位教師說：

比如說這裡有二顆糖果，你一顆我一顆這樣子，一個一個對應這樣子。(T10, p4)

但值得注意的是，有七位認為它是指數字和數量的對應，一位認為它是相同物品結合在一起。例如，其中一位教師說：

一對一……這個……是一個東西，然後對那個符號 1 嗎？是這樣子。(I：你是指一個東西對符號 1，然後呢？) 然後二個東西就對符號 2，數與量的對應。(T16, p4)

(3) 計數（基數）

「什麼是計數？」二十六位知道計數是數算物件並知道總數（基數），一位教師說：

計數就是五顆糖果他可以數到 5，然後知道這一堆糖果是五個。

(T13, p6)

但仍有四位教師概念模糊，其中一位教師說：

計數……我也……我不太了解它的定義……但是會跟這個（唱數）蠻類似的，那會不會就是……比如說像倒數計時……這樣也不太清楚。（I：如果是數數呢？）數數哦……比如說這裡有多少啊……讓孩子去數這樣子嘛……應該是不只這樣子吧！（I：那你覺得還有什麼？）應該……應該是……。（T18, p6-7）

(4)序數

「什麼是序數？」只有九位能夠明確指出序數是指第幾個，一位教師說：

序數就是……假設這裡排了三個玩偶，第一個是誰，第二個是誰，第三個是誰這樣子。（T13, p7）

有十八位認為它是數的順序，其中一位教師說：

就序列……順序……1 2 3 4 5……排列。（T17, p8）

此外，有一位認為它是指有邏輯的唱數，有二位認為它是有規則的跳數。

(5)數的保留

「什麼是數的保留？」只有六位能夠清楚回答數的保留概念，一位教師說：

保留概念是他的量不變，可是它的形狀、體積就不一樣的排列……就是這邊五個可以排一直線，可以排三角形，也可以排橫狀，可是事實上都是五個。（T9, p10）

其餘二十四位中有六位表示不知道或沒聽過這個概念外，十八位分別將數的保留概念與容量保留、記憶、數與量的配對、減、合成分解、基數等概念相互混淆，最常見的是將數的保留和減混淆的情形（九位），例如，有一位教師說：

數的保留就是……應該是說……比如說這裡有東西，比如說這盤子有糖果，那被這邊拿走了多少，還有沒有剩下……可能就是這種保留觀念啦！（T4，p5）

(6)比較

「什麼是比較？」雖然在看到比較二字時會提到包含數、量、形在內的各種屬性比較，但在數的比較上，所有教師均能指出其為物件總數的多、少，或數字的大、小。部分老師更能清晰表達出比較必須是二組以上，一位教師說：

比較就是一定要兩樣以上嘛，兩樣以上做同屬性的去比對。然後你要求就是說，比如說三個東西或兩個東西，比較長短高矮胖瘦。（I：數的部分？）量的多少跟數字的大小。比如說氣球這邊，這一堆跟那一堆誰多？誰少？或是這邊的紅色裡面的部分，那邊的紅色比較多，這邊的紅色比較少。紅色有幾個？就是做比較……兩種以上。（T3，p5）

(7)合成分解

「什麼是合成分解？」二十三位知道合成分解是數的整體——部分關係，一位教師說：

我了解合成分解……比方說一個8就好了……8是不是由3跟5去合成的，那你8是不是可以分成3跟5或者是2跟6，這個是分解……對！（T12，p3）

但仍有七位將合成分解與加、減相互混淆，甚至認為合成是加、分解是減。

合成就是……比如說呢……合起來，這裡有兩個蘋果，這裡有三個草莓，這兩個合起來是多少？（I：那這跟加有什麼不同？）加……對呀！一樣嘛，我的感覺是一樣。（I：感覺是一樣……那減呢？）減……就是跟分解也很像，比如說……減……比如說這裡有五個……五個蘋果，然後老師拿走三個還剩幾個？剩下的……。（I：剩下的，那就是

減囉！是不是？）減……（I：那分解呢？）分解……我覺得他們兩個很像啊！（T25，p5）

(8)加

「什麼是加？」儘管在回答合成概念時，容易將合成與加混淆，但在詢及什麼是加時，所有教師的例子均能反映出併加或添加的概念。例如，一位教師說：

好！現在我們這裡有二張紙，然後你再去拿三張過來，這樣一共有幾張？（T34，p6）

另外一位教師說：

加就是……嗯比方說二……我要加多少會變五。還要放多少下去，或者這裡……我有五個人……然後只有一個蘋果，我還要多少……我還要再帶多少來。（T27，p9）

(9)減

「什麼是減？」和加一樣，儘管有將分解與減混淆的情形，但在詢及什麼是減時，所有教師均能回答出減是拿走、變少的概念。例如，一位教師說：

減的意思唷！嗯……就是少掉某一個部分嘛！就是我給你十個蘋果，拿掉二個的話，你還剩幾個這樣子。（T26，p7-8）

(10)認讀數字

「什麼是認讀數字？」所有教師均知道認讀數字是指看到數字符號能夠認得（或讀出）該數字，例如，一位教師說：

就是他……可能要看到符號就可以唸出那個數字。（T16，p4）

(11)書寫數字

「什麼是書寫數字？」對於書寫數字，所有教師均能清楚認知。例如，一

位教師說：

書寫數字……嗯就是一般的阿拉伯數字……怎麼寫。(T27, p7)

(12)位值

「什麼是位值？」只有四位知道位值概念，一位教師說：

這個……會不會是個位數……個十百千他們的位值……比如說 30 這個 3 應該是屬於 30……這個 0 就屬於它的個位數……這個 3 是屬於它的十位數……的位嘛！(T4, p7)

但大多數(二十六位)並不清楚此概念，其中有二十一位表示沒聽過、不清楚或不了解，一位認為位值是數線上所反映出的數字多少，二位將位值與序數相混淆，二位教師認為位值是指單位名稱。例如，一位教師說：

位值……跟單位值有關係嗎？就是比如說那個蘋果的話，就是用顆來算，然後魚的話用條來算這樣子嗎？(I：您是指那個詞？)對……後面那個單位……單位詞。(T30, p10)

二、幼稚園教師對幼兒數概念學習內容的認知

如前所述，大多數教師有將數概念與數學相互混淆的情形。也因此，在後續回答「在幼兒階段，數概念應該學些什麼？」時，有十九位將數與運算外的數學概念涵括在內。例如，有一位老師說：

基本數學的一些概念……比如說從最基本的數字……或者是形狀……或者是配對，這些有一個初步的簡單的概念，一些邏輯的概念。但是或許他在學的過程中，他不覺得他是在……老師是在幫我上數學，可是事實上他在做這些東西或思考這些東西，他已經學到了。(T18, p5)

如果僅就教師所提到和數與運算有關的內容項目來分析，發現大多數教師提

及一至三項不等，只有部分老師可同時提及多項學習內容，一位老師說：

簡單的……簡單的一定要會……會認識字嘛……會唱數嘛……會點數嘛……然後會知道量啊……會有一一的對應啊……會懂得這些啊！一一的對應有一一的對應……一二的對應啊……。這個都……一一對應會的話……當然這邊沒問題，很多人包括分解……分類啊……還有……保留概念啊……這個都可以……可以帶的……還有分解集合……計數。
(T9, p6-7)

最常被教師所提及的內容項目是認讀數字（十三位）和數量（十位），其次依序為：計數（七位）、合成分解（七位）、唱數（六位）、加減（五位）、數的順序（五位）、數與量（四位）、數與量的配對（四位）、數字與數量的配對（二位）、一對一對應（二位）、比較（二位）、序數（一位）、數字順序（一位）、數字關係（一位）、書寫數字（一位）、數的保留（一位）、偶數（一位）。值得注意的是，大多數（二十五位）並未提及特定的數範圍，只有少數（五位）有提到此點，其中一位教師說：

我簡單的那個……數的概念就是說，你看就是說1到50上面會數，然後簡單的1到10或20之內，你可以透過，不一定說是直接那個計算，直接說透過操作會去算加減。（I：那還有沒有別的？）一般大致上就是這樣子啊！（T2, p6-7）

當進一步問及幼兒數概念內容除了本研究所提出的十二項外還有無其他項目時，有十六位未進一步提出新項目；其餘十四位提出的項目包括有：空間、型式、測量、奇（偶）數、乘除、容量、量的等分、顏色等，其中涉及數與運算的項目只有奇（偶）數（二位）與乘除（一位）二項。

三、幼稚園教師對數與運算項目學習先後次序、教學階段及教學重要項目的認知

(一)學習先後次序

當請教師依幼兒學習的先後將十二個數與運算項目作排序時，結果如表 1。首先，以個別項目多數教師的反應（超過 80%）而言，教師們普遍認為唱數、一對一對應、比較、認讀數字為數概念先學項目（排序在前六順位），後續學習項目為計數、序數、數的保留，之後學習項目為書寫數字，而合成分解、加、減、位值則被視為最後學習項目（排序在後六順位）。其中，書寫數字傾向於被視為後學項目，應與書寫涉及幼兒的手部肌肉發展有關。

此外，亦發現教師們對學習先後次序的認知依項目而異，除了唱數和位值分

表 1 幼稚園教師對數與運算項目學習先後次序的認知

項目 排序	唱數	1對1 對應	比較	認讀 數字	計數	序數	數的 保留	書寫 數字	合成 分解	加	減	位值
1	43.3%	16.7%	10.0%	10.0%	13.3%	3.3%	3.3%					
2	10.0%	20.0%	26.7%	16.7%	13.3%	6.7%	6.7%					
3	20.0%	23.3%	10.0%	23.3%	3.3%	6.7%	13.3%					
4	3.3%	10.0%	10.0%	10.0%	16.7%	26.7%	16.7%	6.7%				
5	16.7%	10.0%	23.3%	10.0%	13.3%	10.0%	6.7%	6.7%		3.3%		
6		13.3%	6.7%	13.3%	16.7%	13.3%	16.7%	10.0%	6.7%		3.3%	
7	3.3%	3.3%	3.3%	6.7%	10.0%	6.7%	16.7%	16.7%	13.3%	20.0%		
8			10.0%	3.3%	3.3%	6.7%	6.7%	6.7%	23.3%	23.3%	16.7%	
9					10.0%	10.0%		6.7%	33.3%	20.0%	16.7%	3.3%
10				3.3%		3.3%	6.7%	13.3%	13.3%	30.0%	20.0%	10.0%
11	3.3%	3.3%		3.3%		6.7%	6.7%	20.0%	10.0%	3.3%	40.0%	3.3%
12								13.3%			3.3%	83.3%

別為教師們認為應最先學和最後學的項目外，在排序上，從集中趨勢可以看出，位值是教師們最有共識的項目，其次為唱數、減、合成分解、加等項目；其他項目則顯紛歧。

(二)教學階段

在教師排列學習先後次序之後，請其逐項標示出各項目的教學階段，結果如表 2。首先，以個別項目多數教師的反應（超過 80%）而言，教師們普遍認為唱數、一對一對應二者於小班前至中班均可進行教學，認讀數字、比較、計數、序數、數的保留等五個項目於小班至中班均可進行教學，書寫數字、合成分解、加、減等四個項目於中班至大班可進行教學，位值則於大班或大班以後進行教學。

其次，若考量幼兒園所的主要教學階段（小、中、大班），教師們普遍認為這些項目可於幼兒園所中進行教學。部分老師則認為小班以前可進行教學的項目有：唱數、一對一對應、認讀數字、比較、計數、數的保留；同樣的，也有部分老師認為數的保留、加、減、位值等項目應於大班以後再進行教學。其中，數的保留乙項為教師們看法最為分歧的項目，從小班前至大班後均有。

若將表 2 與表 1 作一對照，可以看出教學階段與學習先後次序大致吻合，只有在認讀數字和比較二項上有順序上的差異（少數老師認為認讀數字可晚於比較進行學習，但在教學上是可早於或與比較同時進行的）。顯然的，教師在教學階

表 2 幼稚園教師對數與運算項目教導階段的認知

項目 階段	唱數	1對1 對應	比較	認讀 數字	計數	序數	數的 保留	書寫 數字	合成 分解	加	減	位值
小班 前	30.0%	20.0%	16.7%	13.3%	10.0%		3.3%					
小班	50.0%	50.0%	53.3%	56.7%	33.3%	40.0%	30.0%	3.3%	6.7%	3.3%	3.3%	
中班	20.0%	26.7%	26.7%	26.7%	46.7%	50.0%	53.3%	43.3%	33.3%	43.3%	33.3%	
大班		3.3%	3.3%	3.3%	10.0%	10.0%	10.0%	53.3%	60.0%	50.0%	56.7%	66.7%
大班 後							3.3%			3.3%	6.7%	33.3%

段的安排上相當程度地倚賴對幼兒學習先後次序的認知。

(三)教學重要項目

為了解教師目前的教學情形，請老師依據目前任教階段的教學，將十二項區分為重要與不重要兩部分（各六項）。表 3 為不同階段教師對教學重要項目的認知情形，首先，可以發現重要項目依教學階段而異，唱數、一對一對應、認讀數字、比較、計數、序數、數的保留等項目，均被半數以上的小班教師視為重要項目；值得注意的是，這些項目也是半數以上的中班教師認為教學上較為重要的項目（除數的保留外）；半數以上的大班教師則認為，比較、計數、序數、數的保留、書寫數字、合成分解、加、減等項目為目前教學的重要項目。其次，以項目而言，在不同教學階段上，比較、計數、序數三項均被半數以上教師視為重要項目，位值則被視為不重要的項目。

表 3 不同任教階段的幼稚園教師對數概念教學重要項目的認知

項目 階段	唱數	1 對 1 對應	比較	認讀 數字	計數	序數	數的 保留	書寫 數字	合成 分解	加	減	位值
小班	66.7%	100%	83.3%	100%	83.3%	83.3%	50.0%			16.7%	16.7%	
中班	58.3%	75%	91.7%	83.3%	58.3%	83.3%	41.7%	25.0%	25.0%	33.3%	25.0%	
大班	33.3%	41.7%	33.3%	50.0%	50.0%	50%	50.0%	58.3%	83.3%	75.0%	50.0%	25.0%

四、幼兒數能力的認知

在教師提出目前教學階段中數與運算的重要項目後，逐項尋問班上幼兒在這些重要項目上的能力表現。表 4 為不同任教階段的幼稚園教師對幼兒數能力的認知，可以發現教師對幼兒數能力的認知，依發展階段而增長，例如以唱數而言，小班教師認為班上幼兒可進行 10 以內的唱數，中班教師認為班上幼兒可進行 20 以內的唱數，大班幼兒認為班上幼兒可進行 100 以內的唱數，其餘各項目依此類推。其中，加、減二項有小班優於中班的情形，經檢視後發現，不論是加或減，

表 4 不同任教階段的幼稚園教師對幼兒數能力的認知

項目	唱數	1對1對應	比較	認讀數字	計數	序數	數的保留	書寫數字	合成分解	加	減	位值
小班	10以內	5以內	7以內	7以內	5以內	5以內	5以內			7以內	7以內	
中班	20以內	10以內	20以內	10以內	10以內	10以內	10以內	30以內	5以內	6以內	3以內	
大班	100以內	20以內	50以內	20以內	15以內	10以內	10以內	30以內	10以內	10以內	10以內	20以內

註：每位受訪教師僅對目前教學重要項目進行本項作答，故各項目作答人數不一。表內細格所列反應係根據作答教師中累計百分比達 75% 的反應為主。

小班階段的反應均來自於單一教師（而且是同一位教師），顯然係個別差異所致。

五、幼兒數概念學習錯誤的認知

在教師提出目前教學的重要項目後，逐項詢問班上幼兒在這些重要項目上的學習錯誤。綜合教師所提出的學習錯誤包括：

1. 唱數

有十三位教師提到幼兒在唱數上易出現的錯誤，其中十二位提到幼兒有由 9 到 10 的唱數瓶頸，部分老師更指出在數目大的時候更易出現。另一位則提到幼兒會有跳數的問題。例如，有一位教師說：

唱數……嗯……量少是不會，數目少的話。（I：那數目多通常會出現的錯誤在哪裡？）大概會出現在進……進位，比如說三十九……三十九再來接四十，這裡就有困難了。常常會……稍微……比如說你數到六十九，就變成三十……又回去三十。大概是進位的部分比較困難。
（T25, p12）

2. 一對一對應

有四位教師提到幼兒在一對一對應上會出現的錯誤，其中一位提到幼兒會出

現一對一的質疑，一位提到幼兒在物件的一對一對應後會把多出來的物件也作對應，一位提到幼兒在數目大時會混亂，另一位則提到二者。

連在最後一個時候……比如說還多一個貝殼，他就把那個貝殼就連到別的地方……就是會覺得那個多出來的，假設是要一對一……一對一，最後是多出來那個東西……對！他也要去找一個東西對。其實有一對一，因為那個孩子……因為那個孩子就是……就是他在數……數到數量比較7、8以上的時候，他就會混亂了……他就會7、8的時候，他就不知道要一……一個一個一個一個……。 (I：這是數目大的時候，他就出現問題？) 對！他就沒有辦法一個對一個這樣子數，他可能指著其中一個就7、8、9、10這樣子。(T18, p23-24)

3. 計數 (基數)

有十九位教師提到幼兒在計數上易出現的錯誤，其中六位提到的計數錯誤是來自於唱數上的問題，包括有四位提到會跳數、二位提到9到10的唱數瓶頸。在計數錯誤上，最常見的是重覆數(四位)、一對一對應(四位)的錯誤，其他還有：口語數算時口手不一的錯誤(二位)、數完不知總數的錯誤(二位)、數序不清楚(一位)。例如，有一位教師說：

我們班少數啦，少數會這樣子1、2、3、4……一個……他在點數的時候就這個數了兩次。還是會有。(T25, p11)

4. 比較

有十五位教師提到幼兒在比較上出現的錯誤，其中四位表示幼兒可能受到視覺影響而誤判，四位提到是由於計數出錯，三位提到錯誤易出現在多(少)幾個的問題，二位提到來自於數字比較上的困難，一位提到一對一對應出錯，一位提到量大時數完會忘記。例如，有一位教師說：

比較……就是說他畫的一樣是花嘛……可能這邊的花比較大，這邊花比較小。可是小的這邊會比較多，那這邊看起來會比較……就是它可

能牽扯到保留。(T3, p19)

5. 認讀數字

有十三位教師提到認讀數字上幼兒容易出錯的地方，其中七位指出幼兒在 6 和 9 在認讀上會混淆，六位提到十位數與個位數認讀相反的問題。例如，有一位教師說：

左邊右邊會……次序搞混嘛，比如說這是 23，他會唸 32。大概是這個錯誤比較多。(T25, p14)

6. 序數

有十位教師提到幼兒在序數上易出現的錯誤，其中五位提到主要問題出在計數，二位提到錯誤來自幼兒不清楚數字關係，二位提到幼兒常不清楚從前面（或後面）開始數，另一位則表示幼兒常會將第幾個（序數）和幾個（基數）相混淆，她說：

現在小孩子會……第四個跟四個搞不清楚，然後我們就講說第四個……他有指定喔，你看他有寫……第……他有指定第四個。所以他只要那一個，那四個，四個他就沒有……他要你……他要四個，因為剛開始這個觀念小孩子真的會亂掉，整個都亂。他會把兩個都寫一模一樣的東西。(T8, p21)

7. 數的保留

有九位教師提到幼兒在數的保留上會有的錯誤，其中四位提到幼兒易用目測作直覺性反應，二位提到幼兒會受面積大小的影響，一位提到幼兒會受到排列長度的影響，一位教師提到幼兒會覺得亂的比較多，另一位教師則提到在變數多時幼兒不易了解數的保留概念，她說：

常見的錯誤喔！我覺得你可能變數不要太多。比方說你現在變化是排成愛心形，排成什麼形！可是你又讓雪花片的顏色又都不一樣的話，那個你控制的東西要少一點啦！但他的那種……那個什麼……雜訊太多

了，他比較難釐清說你現在是要他去想什麼東西。(T31, p14)

8. 合成分解

有十一位教師提到幼兒在合成分解上出現的錯誤，主要錯誤出現在分解。其中三位提到數量多幼兒容易出錯，三位提到來自於紙筆測驗的學習困難，二位提到來自於計數的錯誤，一位表示幼兒可能會因模仿其他幼兒而不了解其他的分解方式，一位提到分解時可能出現漏分的情形，一位提到幼兒在分解時會有等分的傾向而導致錯誤。例如，有一位教師說：

常犯的錯誤會漏掉，他可能分分然後就，像 6 可能 4 跟 2，他可能就漏掉變成耶……2 跟 3 這樣子。(T13, p28)

9. 加

有六位教師提到加出現的學習錯誤，其中四位提到是由於計數出錯，一位提到幼兒可能因為表徵遺漏而加錯，另外一位則提到幼兒無法合併記憶和實際的數量。

比如說吃多少他對他剛剛的……那個量就忘記。我就數番茄好了，那我就說那現在每個基本上給五顆……那你要來跟我……就是說你吃完五顆，那你還想再吃小番茄的人自己出來……看你要吃的自己裝。那他裝完就問他……那你吃幾顆？那有的小孩子他裝三顆對不對……他會……他會記得我剛剛五顆……你看八顆，然後有的孩子就會……嗯看看碗……然後看看有三顆，那我說你剛剛呢……五顆……那你總共吃幾顆……嗯！不知道……就是這樣子……就跟你講不知道。因為我覺得有一種可能，就是說他沒有辦法把剛剛的五……跟眼前的三個……。五是記憶的嘛……那眼前的三個是實際的量，他沒有辦法把這個……湊在一起……對！（T30, p32）

10. 減

有六位教師提到減的學習錯誤，其中二位提到減對幼兒是不易了解的，一位

提到減的錯誤是發生在計數上的錯誤，一位提到當減數多時幼兒易出錯，一位教師提到幼兒會將減和加相混淆，一位教師則表示幼兒會出現將劃掉的當作答案。

他們有時候會把劃掉的當作答案。假如說……7 減 2……他把二個劃掉……然後等於 2。（I：劃掉是你教他的嗎？）對！。嘿……劃掉……就不見了。（I：就跟他說不見了……所以要劃掉……）其實我……跟他們講有很多方法，你可以把它圈掉啊……或者說把它用點的啊……自己做記號，你看你用什麼方式，其實我沒有很刻意說一定要用劃掉。嘿……對！我有教他們很多方法，讓他們去……自己去運用（I：但是孩子就會把劃掉那些當成是正確的答案……）對對……答案……對！他可能有時候轉那個角度的問題吧……還是思考的問題。（T7，p18）

11. 書寫數字

有十位教師提到幼兒在書寫數字上易犯的錯誤，其中有八位提到數字筆順不正確或左右、上下相反的情形，提及的數字包括有：0、2、3、4、5、6、7、8、9。有四位教師提到二位數字書寫上會有十位數和個位數顛倒寫的情形。

就 6 跟 9 還有 8……對……他們會……會擺錯，6 跟 9 其實是不……他們書寫沒有問題，只是說它會去把 6 跟 9 它會有一點點……應該他們都寫正確，只是說他比較那個就是……還有時候他比較不知道要唸 6 還是要唸 9，然後 7 有的孩子會寫顛倒，就是……這個勾勾他會寫相反，然後 8 大概是有點……8 要寫的像正確的很難，他們大部分就是畫兩個圈圈……類似模仿那樣子，真正的筆順……但筆順我們很少會去挑說他是真的寫……然後我們班有寫到……我們班其實已經寫到 30，就是 32 我們就要求他要寫完，然後 32 孩子會把……那個十位數跟個位數寫顛倒。（T36，p12）

12. 位值

有二位教師提到幼兒在位值上會出現的學習錯誤，其中一位表示幼兒無法將 10 個 1 視為 1 個 10，另一位則提到幼兒很容易將個位數和十位數搞錯，她說：

它的那個個位數跟十位數孩子很容易搞錯，包括他現在在看日曆也是一樣，他明明可以認……唸的出來……唸的出來今天是 21 號哦……或是什麼時間，但是他就會寫 12，可見他那個十位數跟個位數的概念，還不是很清楚。（T28，p20）

以上為教師就個人所列舉的教學重要項目，根據其教學發現所提出的幼兒學習錯誤。其中，由於位值項目最少被教師列為教學重要項目（三位），相對的，提出學習錯誤的人數也最少；並且，所提出的學習錯誤亦待商榷，如：無法將 10 個 1 視為 1 個 10 可能是整體部分的運思問題，而將 21 寫成 12 可能是書寫習慣未養成或空間思維順序的問題。

伍、綜合分析

為了解目前的幼稚園教師在數概念（數與運算）教學上所具備的教學知識，茲將上述結果依數概念內容知識、數概念教學內容知識及幼兒的數概念發展與學習的知識，綜合分析如下：

一、數概念內容知識

從研究結果可以看出，幼稚園教師對數概念的整體認知不足，且在內容及範圍上與數學有相互混淆的現象。此外，幼稚園教師對數概念的認知因項目而異，在加、減、比較、認讀數字、書寫數字等項目上，教師均能正確認知；在其餘的項目中，位值和數的保留二項是教師最感陌生的項目，特別是位值，直接表示沒聽過或不知道的情形最多。若排除因陌生影響作答的狀況，僅就教師對項目的認知內容來作分析，最常出現錯誤認知的是序數及數的保留二項，其次依序為一對一對應、合成分解、位值、計數及唱數。在教師的錯誤認知中，更出現許多項目間的相互混淆，最常見的是合成分解與加減、數的保留與減的混淆，而在唱數與

認讀、序數與唱數、數的保留與合成分解、數的保留與計數（基數）、位值與序數上，也有零星的混淆現象。

二、數概念教學內容知識

幼稚園教師身為數概念教學的規畫與執行者，關於幼兒階段數概念的學習內容、教學階段、教學重要項目的認知，應為其教學內容知識的重要環節。從結果可以發現，大多數教師對幼兒數概念所涵蓋的學習內容並不熟知，只有部分的教師能夠在一開始即提出多項幼兒在數與運算上應學習的技能與概念，極少數的教師能夠提出十二項之外的新項目。此一結果應與教師對數概念整體認知不足有關，以致無法進一步根據幼兒需要指出具體學習內容。

不過，值得注意的是，在本研究將十二個數與運算項目內容與教師們進行溝通後，發現教師們對項目學習先後次序的排列情形，與幼兒數概念的發展情形相吻合（李丹，1992；Clement, 2004; Copley, 2000; Curtis, 2001）。顯然地，教師們雖然說不出明確的學習內容，但確實能夠依據教學經驗安排學習內容。此外，在後續的教導階段安排及目前教學重要項目的認知上，亦均能呼應學習內容的安排，顯示教師們的數概念教學安排，確實與幼兒的數概念學習有關。

就幼兒階段數與運算的技能與概念而言，教師們普遍認同本研究所提出的十二項，也認為它們均可安排在幼稚園中進行教學。如將教學階段安排與教學重要項目的認知作一對照，發現儘管在教學階段安排上，唱數、一對一對應、認讀數字、比較為小班應教學的項目，但中班教師在目前的教學上仍視其為重要項目；同樣的情形也出現在大班教師仍視比較、計數、序數、數的保留等項目為現階段重要教學項目。主要原因是由於教師們普遍認為，基礎的項目必須熟習後才能往上加深。此外，位值概念雖被多數幼稚園教師認為可安排在大班教學，但大多數大班教師並不視其為重要教學項目，顯然的，教師在教學實作上，的確會因對幼兒的了解而有彈性的作為。

三、幼兒的數概念發展與學習的知識

幼稚園教師對幼兒數能力的認知，的確符合隨年齡增長的發展模式。為了解教師對數概念的能力認知是否吻合幼兒的數能力實際情形，將研究結果與陳俞君等人（2003）針對幼兒數能力所進行的研究結果作一比對。結果發現，在二個研究共同檢驗並有數據可資比對的項目（包括：唱數、計數、一對一對應、序數、認讀數字）上，教師對幼兒的能力認知與幼兒的能力表現有相符合也有不一致之處。在唱數上，小、中班的教師對幼兒能力的認知與幼兒表現相符合，但大班教師有高估幼兒能力的情形；在計數上，小班教師的認知與幼兒表現相一致，但中、大班教師顯然低估了幼兒的能力；在一對一對應上，大班教師的認知與幼兒表現相符合，中班教師也有低估幼兒能力的情形；在序數上，中班教師的認知符合幼兒表現，但大班教師亦有低估情形；認讀數字上，大班教師的認知與幼兒表現相符合，但小、中班教師則有高估幼兒能力的情形。不過，若將本研究結果與NCTM所提出的標準（Clements, 2004）加以比對，包括：唱數、計數、序數、合成分解、加減、比較、位值等在內的數與運算項目，卻發現其間的吻合程度較前者為高。這也顯示了幼稚園教師對幼兒數能力的認知並未偏離幼兒發展範圍，很可能是受限於班上幼兒的實際能力表現所致。

在幼兒數概念學習錯誤的認知上，本研究為掌握訪談情境，於訪談前曾以開放問卷蒐集教師對十二項數與運算項目上學習錯誤的認知。比對問卷及訪談結果，發現在多數數與運算項目上，教師的確可指出幼兒的學習錯誤，也發現透過訪談所提出的學習錯誤較問卷更為清晰、具體，在種類上亦較多。

陸、建議

一、教學方面的建議

本研究的結果可提供作為幼兒數概念學習套件設計及實施的重要參考，包括如：教師對數與運算項目的了解、對幼兒數能力的認知、幼兒在數概念上的常見錯誤等，均能提供有關幼兒及教師的重要資訊，使學習套件更趨周延。再者，本研究結果可提供作為幼教師資培育及相關研習活動安排的參考。本研究的結果顯示，教師在數概念內容知識上有其欠缺及混淆之處，值得予以關注。未來除了在師資培育過程中予以加強外，並可透過相關研習活動，針對教師容易出現錯誤認知或相互混淆的地方，特別強調並加以釐清，以避免教師因不正確的數概念知識而影響其數概念教學的規畫及執行。

二、研究方面的建議

由於目前國內並無針對幼稚園教師數概念教學知識所進行的研究，本研究的結果應可提供此方面的初步實證。然而，由於教學知識內容複雜且相互關連，本研究在知識內容上未盡周全；而研究進行過程中為聚焦訪談內容，根據文獻探討所界定的十二項數概念內容，有限制教師回應數概念內容之虞；加上研究對象在人數及地域上的侷限，本研究的結果有待後續研究加以檢驗及補充。建議未來對數概念教學知識的研究，不論在廣度或深度均應再作加強，未來可考量以大樣本調查蒐集來自更多幼稚園教師的教學知識資料，或針對個案教師蒐集更多元豐富的教學知識資料，以拓展對幼稚園教師數概念教學知識的了解。

致謝

本研究承國科會補助經費（計畫編號 NSC 92-2521-S-242-003）及前金、長青、育華、育菁四所幼稚園鼎力協助，特此致謝。

參考文獻

中文部分

- 李丹（1992）。**兒童發展**。台北市：五南。
- 周淑惠（1996）。當前幼兒數學研究及其教育意涵。**國民教育研究學報**，**2**，255-284。
- 許惠欣（1997）。我國幼稚園幼兒數算策略之研究。**台南師院學報**，**30**，339-372。
- 馬祖琳（2001）。幼兒數學教室之分析研究。**生活應用科技學刊**，**3**（3），361-382。
- 張玲芬、郭津榕、朱宜芬（2003）。學齡前幼兒基本學習能力測驗的研究。**幼兒保育學刊**，**1**，171-184。
- 陳俞君、陳英娥、陳品華、楊筱明、曹純瓊（2003，12月）。**幼兒數能力之探索研究**。論文發表於國立台灣師範大學主辦之「第十九屆全國科學教育」研討會，台北市。
- 陳品華、陳俞君、吳柳嬌（2003，12月）。**學前機構數概念學習環境現況之調查研究——以高屏地區為例**。論文發表於國立台灣師範大學主辦之「第十九屆全國科學教育」研討會，台北市。
- 黃幸美（2000）。教師的數學教學知識與其對兒童數學知識認知之探討。**教育與心理研究**，**23**，73-98。
- 翁麗芳（1999）。**幼兒遊戲性數學概念學習教材之試用與評鑑**。（國科會專案報告，計畫編號：NSC 88-2511-S-152-010）。
- 甯自強（1998）。涂景翰的數概念。**科學教育學刊**，**6**（3），255-269。
- 蔡葉偉、朱方美、桂亞珍（1998）。幼兒數概念的教學。**北縣國教輔導**，**5**，46-50。
- 歐用生（1999）。**幼兒數學概念學習教材之發展與研究：總計畫**。（國科會專案

報告，計畫編號：NSC 88-2511-S-152-009)。

西文部分

- Ainsa, T. (1999). Success of using technology and manipulatives to introduce numerical problem solving skills in monolingual/bilingual early childhood classrooms. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 18(4), 361-369.
- Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54, 695-701.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. New York: Teachers College Press.
- Baroody, A. J., & Benson, A. (2001). Early number instruction. *Teaching Children mathematics*, 8(3), 154-158.
- Baroody, A. J., & Wilkins, J. M. (1999). The development of informal counting, number, and arithmetic skills and concepts. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 48-76). Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.
- Brannon, E. M., Van de Walle, G. A. (2001). The development of ordinal numerical competence in young children. *Cognitive Psychology*, 43(1), 53-81.
- Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1988). *Research and cognitively guided instruction*. Madison, WI: National Center for Research in Mathematical Sciences Education.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., & Franke, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, 97(1), 3-20.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A. (1988). Teacher's pedagogical content knowledge of students' problem solving in elementary arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385-401.
- Clements, D. H. (2004). Major themes and recommendations. In D. H. Clements, J.

- Sarama, & A. Dibiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standard for early Childhood mathematics education* (pp. 7-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Clements, D. H., Copple, C., & Hyson, M. (Eds.). (2002). Early childhood mathematics: Promoting good beginning. A joint position statement of the National Association for the Education of Young Children (NAEYC) and the National Council for Teachers of Mathematics (NCTM) (Rev. ed.). Washington, DC: NAEYC/NCTM.
- Cochran, K. F., DeRuiter, J. A., & King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Teacher Education*, 44(4), 263-272.
- Copley, J. V. (2000). *The young child and mathematics*. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.
- Curtis, R. P. (2001). *The development of counting skills and concepts in preschoolers: Three predictions based on a preverbal counting mechanism and mapping hypothesis*. Unpublished doctoral dissertation, University of California, Santa Barbara, US.
- Ediger, M. (1998). *Teaching suggestions in mathematics*. (ERIC, ED 424111)
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teacher's knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National council of teachers of mathematics* (pp. 147-164). New York: Macmillan.
- Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal of Research in Mathematics Education*, 27(4), 16-32.
- Geist, E. (2001). Children are born mathematicians: Promoting the construction of early mathematical concepts in children under five. *Young Children*, 56(4), 12-19.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gervasoni, A. (1999). Using visual images to support young children's number learning.

- Australian Primary Mathematics Classroom*, 4(2), 23-27.
- Ginsburg, H. P. (1989). *Children's arithmetic: How they learn it and how you teach it*. Austin, Tex.: Pro-Ed.
- Guha, S. (2000). "Eyes to see and ears to hear: Teaching math in the childhood years." Integrating math in children's learning centers. (ERIC, ED 438177)
- Hong, H. (1999). Using storybooks to help young children make sense of mathematics. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 162-168). Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.
- Kim, S. (1999). Teaching mathematics through musical activities. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 146-150). Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.
- Koechlin, E., Dehaene, S., & Mehler, J. (1997). Numerical transformations in five-month-old human infants. *Mathematical Cognition*, 3(2), 89-104.
- Meriwether, L. (1997). Math at the snack table. *Young Children*, 52(5), 69-73.
- Mix, K. S. (2001). Similarity and numerical equivalence appearances count. *Cognitive Development*, 14, 269-297.
- Murray, G. B. (1978). Teaching strategies and conservation training. In A. M. Lesgold, J. W. Pellegrino, S. D. Fokema, & R. Glaser (Eds.), *Cognitive psychology and instruction*. New York: Plenum Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Piaget, J. (1965). *The child's concept of number*. New York: W. W. Norton.
- Sarama, J., & DiBiase, A. (2004). The professional development challenge in preschool mathematics. In D. H. Clements, J. Sarama & A. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standard for early Childhood mathematics education* (pp. 415-446). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

- Sophian, C. (2000). From objects to quantities: Developments in preschool children's judgments about aggregate amount. *Developmental Psychology*, 36, 724-730.
- Tan, L. S. C., & Bryant, P. (2000). The cues that infants use to distinguish discontinuous quantities: Evidence using a shift-rate recovery paradigm. *Child Development*, 71(5), 1162-1178.
- Thatcher, D. H. (2001). Reading in the math class: Selecting and using picture books for math investigations. *Young Children*, 56(4), 20-26.
- Wilson, S. M., Shulman, L.S., & Richart, A. E. (1987). '150 different ways' of knowing: Representations of knowledge in teaching. In J. Calderhead (Ed.), *Exploring teachers' thinking* (pp. 104-125). Mackays of Chatham Ltd.
- Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition*, 1(1), 35-60.