



# 國小六年級數學低成就學生是否伴隨 閱讀能力落後在數學文字題解題歷程 的表現差異

張祐瑄<sup>1</sup> 蘇宜芬<sup>2\*</sup>

## 摘 要

### 研究目的

本研究旨在探討國小六年級「數學低成就伴隨閱讀能力落後」、「數學低成就但閱讀能力一般水準」這兩類學生，與「數學程度及閱讀能力皆為一般水準」的對照組，在數學文字題解題歷程的表現差異，藉以了解前兩組學生產生困難的環節。

### 研究設計／方法／取徑

本研究將學生分為「數學低成就伴隨閱讀能力落後」、「數學低成就但閱讀能力一般水準」、與「數學程度及閱讀能力皆為一般水準」的對照組，總共三組。以「放聲思考法」和「結構式晤談法」蒐集學生解數學文字題時，其「問題轉譯」、「問題整合」、「解題計劃與監控」、「解題執行」四個解題步驟的表現。

---

張祐瑄<sup>1</sup>，國立臺灣師範大學教育心理與輔導系博士後研究員

電子郵件：celiachang@ntnu.edu.tw

\* 蘇宜芬<sup>2</sup>，國立臺灣師範大學教育心理與輔導系教授

電子郵件：yifensu@ntnu.edu.tw

投稿日期：2021年7月8日；修正日期：2022年1月9日；接受日期：2022年8月4日

## 研究發現或結論

研究結果發現「數學低成就伴隨閱讀能力落後」的學生從「問題轉譯」到「解題執行」都有困難。「數學低成就但閱讀能力一般水準」的學生則在「解題計劃」、「解題執行」顯著不足，而其「解題計劃」表現的落後，可能與其數學概念基模不夠完整有關。

## 研究原創性／價值

過去的數學低成就研究，並沒有將「數學低成就伴隨閱讀能力落後」與「數學低成就但閱讀能力一般水準」兩類學生予以區分，了解他們的困難癥結有何不同。本研究發現這兩類學生在解數學文字題的困難環節是不同的，因此在數學學習困難的診斷上，應將這兩類學生區分，依其困難處的不同，分別設計補救教學。所以本研究結果具教育應用的意義與價值。

## 教育政策建議或實務意涵

建議在數學補救教學之前，可參考本研究之施測程序，進行數學文字題解題困難之評估與診斷，然後再根據學生的困難癥結設計補救教學內容。

**關鍵詞：**解題歷程、閱讀能力落後、數學文字題、數學低成就



# DIFFERENCES IN COGNITIVE PROCESSES OF MATHEMATICS LOW ACHIEVERS WITH AND WITHOUT LOW READING ABILITIES WHEN SOLVING WORD PROBLEMS

You-Hsuan Chang<sup>1</sup> Yi-Fen Su<sup>2\*</sup>

## ABSTRACT

### Purpose

This study investigated the differences in the cognitive processes of low achievers in mathematics with and without low reading abilities when solving word problems.

### Design/methodology/approach

The think aloud method and structural interviews were adopted. The study participants were 30 low achievers in mathematics with low reading abilities (MLRL), 30 low achievers in mathematics with average reading abilities (ML-only), and 30 students with average mathematics and reading abilities (Normal). All of the participants were sixth graders. Their performance in problem translation, problem integration, solution planning and monitoring, and solution execution for word problems was assessed.

### Findings/results

The results indicated that the MLRL group had difficulties in all aspects of solving word problems. The ML-only group encountered difficulties in solution planning and solution execution. The students' poor performance in solution planning might be related to the insufficient schematic knowledge of mathematical concepts.

---

You-Hsuan Chang<sup>1</sup>, Postdoctoral research fellow, Department of Educational Psychology and Counseling, National Taiwan Normal University  
E-mail: celiachang@ntnu.edu.tw

\* Yi-Fen Su<sup>2</sup>, Professor, Department of Educational Psychology and Counseling, National Taiwan Normal University  
E-mail: yifensu@ntnu.edu.tw

Manuscript received: July 8, 2021; Modified: January 9, 2022; Accepted: August 4, 2022

**Originality/value**

This study identified that the major difficulties faced by MLRL and ML-only students in word problem solving differed. This is valuable for learning diagnosis and supplemental instruction.

**Suggestions/implications**

The data collection procedure adopted in this study is recommended for use by teachers for assessment and diagnosis before supplemental instruction.

*Keywords: low reading abilities, mathematics low achievers, problem solving process, word problem*

## 壹、研究背景與研究目的

數學能力包含計算能力及應用能力，後者反映的即是數學文字題的解題表現。學生在解數學文字題時，不僅要熟悉算式的計算過程，還要能理解文字題的語意。Mayer (1987, 1992) 提出數學文字題的解題歷程包含「問題表徵」(problem representation) 和「問題解決」(problem solution) 兩階段。其中，「問題表徵」又可分為「問題轉譯」(problem translation) 及「問題整合」(problem integration) 兩步驟，「問題解決」則包含「解題計畫與監控」(solution planning & monitoring) 及「解題執行」(solution execution) 兩步驟。這四個步驟所指的歷程分別為：「問題轉譯」是指解題者必須先了解題意，將每一個陳述句轉換成某種內在心理表徵；「問題整合」是指解題者需要整合問題中的訊息，形成具有整體性或連貫性的表徵；「解題計畫與監控」是指解題者需要擬定適當的解題計畫，將題目轉變成數學算式；「解題執行」則是指解題者需要將數學算式計算出答案。Laborde (1990) 發現在數學文字題的解題歷程中，上述每一個步驟的不順利均可能造成學生無法成功解題。

過去雖有學者探究造成數學低成就的原因，並嘗試找出改善數學學習困難的方法 (Agrawal & Morin, 2016; Nelson, Burns, Kanive, & Ysseldyke, 2013; Sherman & Gabriel, 2017; Van Garderen, 2007)，不過，在數學低成就這群學生中，有些伴隨著閱讀能力落後，但也有些並沒有閱讀能力落後的問題，過去少有研究探討這兩類學生在數學文字題的解題歷程中，分別產生困難的環節在哪裡。因此，本研究目的即在於探討「數學低成就伴隨閱讀能力落後」與「數學低成就但閱讀能力一般水準」這兩類學生與「數學程度及閱讀能力皆為一般水準」的對照組，在數學文字題解題歷程的表現差異，以了解前兩類學生產生困難的環節，提供診斷數學學習困難之參考。

過去的文獻已指出相較於基本算式題的解題 (basic calculation, simple calculation)，在面對數學文字題時，學生需要投入更多的認知資源在解題歷程中 (Kikas, Mädamürk, & Palu, 2020)，因為這歷程不僅涉及基本的四則運算，還牽涉到學生的閱讀能力，以及對於數學句型及數學概念的掌握程度。根據 Mayer (1987, 1992) 提出的數學文字題解題歷程模式，解

數學文字題的第一個階段是「問題表徵」。在這階段，學生必須先能讀懂題意，把題目中的陳述句轉換成內在心理表徵。根據閱讀理解相關的研究文獻，在閱讀的過程中，認字能力、句型理解能力（句法的掌握能力），以及先備知識的多寡，都會影響閱讀理解的表現（Duke & Carlisle, 2011; Mayer, 2008）。認字正確且流暢是閱讀理解的基本條件，但認字能力好，並不能確保閱讀理解也一定好，因為閱讀理解也會受到句型理解能力、生活常識或學科背景知識的影響。就句型理解（句法掌握能力）而言，由於數學文字題裡常出現一些「關係語句」或複合句型描述數量之間的關係，如：「比…多」、「在…之後，才…」。如果學生對於題目裡的「關係語句」或複合句型掌握不佳，就會影響他對於題意的瞭解（Mayer, 1987）。另外，在先備知識的部分，數學文字題的內容往往涉及特定數學概念，如：速率、比值、因數、倍數，如果學生缺乏數學概念的先備知識，就會影響對題意的理解（Agrawal & Morin, 2016）。

在解題過程中，如果「問題表徵」進行順利，學生就比較可能整合問題訊息，然後進到「問題解決」階段，擬定解題計畫，執行解題。藉由學生「依照題意列算式的表現」，可以瞭解學生在擬定解題計畫這部分是否有困難。最後，在「解題執行」部分，則涉及學生的算術能力。若學生算術能力不佳，則易導致解題失敗。

為瞭解「數學低成就伴隨閱讀能力落後」與「數學低成就但閱讀能力一般水準」這兩類學生在數學文字題解題歷程分別產生困難的環節在哪裡，本研究將分別比較這兩類學生與一般能力的對照組在「關鍵句型理解的表現」、「數學概念理解」、「數學文字題列算式表現」與「算術能力」的表現差異。其中，「關鍵句型理解的表現」與 Mayer (1987, 1992) 解題歷程理論的「問題轉譯」有關，「數學概念理解」與 Mayer 理論的「問題整合」有關，「數學文字題列算式表現」與「解題計畫與監控」有關，「算術能力」的表現則與「解題執行」有關。由於本研究採「放聲思考法」和「結構式晤談」蒐集資料，考量到學生的口語表達能力會影響到資料的蒐集，因此以國小六年級學生為研究對象。本研究不僅有助於瞭解數學低成就學生是否伴隨閱讀能力落後對數學文字題解題歷程的影響，也有助於不同類型數學學習困難的診斷及後續補救教學的規劃。

## 貳、文獻探討

### 一、數學文字題的解題歷程模式

過去 Polya (1962)、Lester (1980)、Schoenfeld (1985)、Krulik 和 Rudnick (1989)、Mayer (1987, 1992) 等學者都曾對數學文字題的解題歷程提出看法，這些學者所提出的解題歷程步驟之間的對應關係如表 1。由表 1 可知，Mayer (1987, 1992) 所提出的「問題表徵」(problem representation) 與「問題解決」(problem solution) 兩階段，既簡潔又可涵蓋其他學者所提出的步驟。這個理論也是被引用最廣的數學文字題解題理論，因此以下就 Mayer (1987, 1992) 的理論做進一步的說明。

Mayer (1987, 1992) 認為數學文字題的解題歷程包含「問題表徵」和「問題解決」兩階段。其中，前者又可分為「問題轉譯」(problem translation) 及「問題整合」(problem integration) 兩步驟，後者則分為「解題計畫與監控」(solution planning & monitoring) 及「解題執行」(solution execution) 兩步驟。茲將各步驟的內容分述如下。

表 1  
不同學者所提出的數學文字題解題歷程模式

學者 (年份)	Polya (1962)	Lester (1980)	Schoenfeld (1985)	Krulik 和 Rudnick (1989)	Mayer (1987, 1992)
解題歷程	瞭解問題	問題的 覺察	讀題	閱讀與 理解問題	問題表徵 (問題轉譯、 問題整合)
		問題的 理解 (轉譯、內化)	分析	探究問題	
		目標分析			
	擬定計劃	計劃的 發展	擬定計劃 探討	選擇策略	問題解決 (計劃與監控、 解題執行)
執行計劃	計劃的 執行	執行	執行解題		
校核解答	程序和解答 的評估	驗證	回顧與 驗證答案		

### （一）問題表徵

「問題表徵」是指解題者將外在的文字表徵轉換成內在心理表徵的歷程。此階段又可分為以下兩步驟：

1. 問題轉譯：在這個步驟，解題者會先瞭解題意，再將問題中的每一個句子由外在的文字表徵重新建構轉換為個人的心理表徵。「問題轉譯」需運用到「語言知識」(linguistic knowledge)與「事實知識」(factual knowledge)。「語言知識」是指詞彙、句法的知識。就句型理解(句法掌握能力)而言，由於數學文字題裡常出現一些「關係語句」或複合句型描述數量之間的關係，例如：「比...多」、「在...之後，才...」、「除了...之外，還有...」，如果學生對於題目裡的「關係語句」或複合句型掌握不佳，就會影響他對於題意的瞭解(Mayer, 1987)。Hegarty、Mayer與Monk(1995)的研究也指出成功解題者比失敗解題者善於運用語言知識理解題目中關係語句的意思。至於「事實知識」則是指一個人對世界的事實認知能力，如：五邊形有幾個邊，100公分等於1公尺。
2. 問題整合：是指解題者會運用在學習過程中所形成的數學知識基模，整合句子之間的資訊及題目中提供的解題條件。「問題整合」需要「基模知識」(schematic knowledge)。「基模知識」是指將問題中的訊息整合成有意義之問題型態的知識。例如：知道速率問題的基本元素是「距離、速率、時間」，其公式為「距離 = 速率 × 時間」。具有「基模知識」的解題者能依問題的內內容情境(例如：速率問題、比率問題、雞兔同籠問題等)將問題分類，或是依問題的結構(例如：合併、比較、改變等)進行分類。

### （二）問題解決

「問題解決」則指解題者運用內在的心理表徵，進行列式、計算，最後得到答案的過程。此階段又可分為以下兩個步驟：

1. 解題計劃與監控：在這個步驟，解題者會運用策略構思解題計劃。「解題計劃與監控」需要「策略性知識」(strategic



knowledge)、「後設策略知識」(metastrategic knowledge)、及「信念」(belief)，協助解題者運用適當的策略擬定解題計劃。例如：題目敘述「小明有一個長7公尺，寬5公尺的房間，他想用 $0.2 \times 0.2$ 公尺的地磚鋪滿房間地板，每一片地磚50元，請問小明需花費多少元買地磚？」，那麼「策略性知識」指的是：(1)先算出房間面積，(2)再算出一片地磚的面積，(3)以房間面積除以地磚面積，(4)將50元乘以所需地磚的數量。在此例中，「策略性知識」就是能擬定解題的主要目標與次要目標。「後設策略知識」則指解題者對於自己在解題過程中的自我監控，例如：解題者認為在乘、除的過程裡容易算錯，所以提醒自己要驗算檢查。至於「信念」則指解題者對於自己數學能力及數學解題的看法。例如：解題者覺得自己的數學能力還不錯，也相信數學文字題的題目是有意義的，所以他願意盡力去理解題意與解題。

2. 解題執行：在此階段中，解題者會利用「程序性知識」(procedural knowledge)進行計算以解出答案。這裡的「程序性知識」是指基本的算術能力或演算法等知識，例如：能應用九九乘法表演算出乘式的答案。

## 二、數學文字題解題歷程的個別差異研究

Hegarty、Mayer 與 Monk (1995) 曾以眼球追蹤法與回憶法比較大學生的成功解題者與失敗解題者的解題模式。研究結果發現：成功解題者使用「問題模式策略」(problem-model strategy)，失敗解題者則採用「直接轉譯策略」(direct-translation strategy)。「問題模式策略」是以問題的整體性為架構，建構情境以形成問題表徵。至於「直接轉譯策略」則是直接利用題目中的數字與關鍵字形成問題表徵，因此失敗解題者在解題時，容易忽略問題的整體性而形成錯誤的問題表徵。

國內陳瓊瑜(2002)以放聲思考與晤談法，研究國小三年級高、低數學能力學生各五位在乘法應用問題的解題歷程差異。研究結果發現高能力組在問題轉譯、問題整合、解題計劃與監控、解題執行，均有較佳的表現，比較容易出現的錯誤是單位的轉換及計算錯誤。低能力組則在整個解題歷

程都會出現錯誤，尤其是問題轉譯、問題整合、解題執行這三部分，其原因包括：難以理解題目中的關係語句、乘法知識不足、計算技能不熟練、缺乏對解題狀況的覺察。

楊金城（2003）曾以放聲思考與事後晤談法蒐集國一學生解題時的歷程資料，探究不同數學程度學生的數學解題歷程。研究工具為自編的數學文字題，研究對象為六位國一學生。結果顯示：中、高數學能力者在解題時，大多會經歷「閱讀題目、分析問題、擬定計劃、執行計劃」四階段；相對地，低數學能力者往往只進行到「閱讀題目、分析題目」階段。其原因可能是：數學能力低者的數學知識不足，影響他們對數學問題架構之瞭解，因此只能做到分析的階段，無法解題。此外，中、高數學能力者讀題速度較慢，次數也較少，能注意到題目的關鍵點，可將問題的各種相關訊息統整；低數學能力者則讀題速度較快，讀題次數也比較多，較不會去注意關鍵字句，只把焦點放在題目中有數字的部份，解題計劃不明顯，有時直接跳過此一步驟，只是對數據隨意的進行反覆計算。李靜瑤（1994）、謝明昆（2002）以不同數學能力國二學生為對象，也有類似發現。

即使數學文字題解題歷程的個別差異研究相對有限，但上述研究都有相似的發現，就是成功解題者會統整問題中的訊息形成問題表徵；而失敗解題者則僅將焦點放在數字與關鍵字等符號上，容易忽略問題的整體性而形成錯誤的問題表徵。然而，過去研究並沒有把「數學低成就伴隨閱讀能力落後」與「數學低成就但閱讀能力一般水準」這兩類學生區分開來，因此，過去研究發現低數學能力學生在「問題轉譯」與「問題整合」的不順利，會不會主要是因為閱讀能力落後所導致？而單純數學成就落後的學生其主要困難會不會是在「解題計劃與監控」和「解題執行」？為了釐清這個問題，所以，本研究目的為探究「數學低成就伴隨閱讀能力落後」與「數學低成就但閱讀能力一般水準」這兩類學生與「數學程度及閱讀能力皆為一般水準」的對照組，在數學文字題解題歷程的表現差異，藉以了解前兩組學生產生困難的環節。

## 參、方法

以下分別說明本研究的研究對象、研究設計、研究工具、研究程序，以及資料處理的方法。

### 一、研究對象

本研究旨在瞭解國小六年級「數學低成就伴隨閱讀能力落後」（簡稱「數閱低組」）與「數學低成就但閱讀能力一般水準」（簡稱「數低組」）這兩類學生在數學文字題解題歷程的表現差異與困難所在。研究對象除了上述兩組外，為瞭解這兩組與一般成就學生的差異，本研究也選取一組「數學程度與閱讀能力皆為一般水準」的學生（簡稱「數閱一般組」），做為對照組。

本研究以臺北市北區某一所國小六年級學生為對象。在第二學期開學時，抽取五班學生共 145 人，實施「中文年級認字量表」（黃秀霜，2001）和「國民小學六年級閱讀理解篩選測驗」A 卷（柯華蕨、詹益綾，2006）。由於識字正確率過低，會讓學生難以閱讀，而閱讀理解又是本研究的重點，因此本研究以「中文年級認字量表」排除識字能力過低的學生，也就是在「中文年級認字量表」得分低於 91（PR25 以下）的學生。然後，再依「國民小學六年級閱讀理解篩選測驗」得分和六年級第一學期的數學期中考與期末考兩次成績的平均數，選取三組學生。「數閱一般組」的選取標準為「國民小學六年級閱讀理解篩選測驗」分數高於北部地區常模平均數一個標準差（北部地區六年級常模平均數為 20.22，標準差為 5.02），以及六上數學考試成績高於年級平均數 1.5 個標準差。「數低組」的選取標準為只有六上數學考試成績低於年級平均數 1.5 個標準差。「數閱低組」的篩選標準為「國民小學六年級閱讀理解篩選測驗」分數低於北部地區常模平均數一個標準差，以及六上數學考試成績低於年級平均數 1.5 個標準差。依此標準，每一組均選取 30 位學生，一共 90 人（男生 43 人、女生 47 人）。三組學生的「國民小學六年級閱讀理解篩選測驗」分數、「中文年級認字量表」得分、和數學考試成績的描述統計資料見表 2。根據表 2 資料，三組學生在「中文年級認字量表」的平均得分均高於此測驗六年級常模樣本的平均數 109 分。

此外，由於認字效能太低，也會影響閱讀理解，因此，本研究也透過朗讀流暢度（即一分鐘唸對幾個字）的測量，確認研究對象的認字效能是否達到六年級的基礎水準。根據閱讀理解的研究文獻，由於人的認知資源（如：注意力、工作記憶）有限，在閱讀過程中，讀者又必須同時處理字詞辨識與文本理解（text comprehension）兩部分，所以如果讀者的認字效能太低，閱讀時就需把認知資源分配到字詞辨識與文本理解兩部分，導致讀得慢，且理解不佳；但若讀者認字效能高，就可將絕大部分的認知資源投注到文本理解，因此讀得快，也理解得好。根據蘇宜芬、張祐瑄、李孟峰、與黃鈺茜（2016）的研究，六年級學童認字效能平均水準在每分鐘168~174字之間。由表2可知，本研究三組學生朗讀流暢度都在六年級的平均水準之上。

另外，為了顧及研究倫理，筆者在個別施測前，已發給研究對象的導師及家長同意書，徵求研究對象之原班導師以及家長的同意，才開始進行後續的研究程序。

表 2

三組學童的閱讀理解篩選測驗分數、中文年級認字量表得分、和六上數學考試成績的平均數與標準差

	數閱低組 (30人)		數低組 (30人)		數閱一般組 (30人)	
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
國民小學六年級閱讀理解篩選測驗	15.23	3.85	22.93	2.05	25.53	1.50
中文年級認字量表	114.5	17.83	125.13	14.22	148.93	14.47
朗讀流暢度	207.40	8.90	219.15	5.73	242.88	7.49
數學考試成績	61.15	10.79	69.92	9.52	93.30	3.34

## 二、研究設計

本研究透過六上數學考試成績和「國民小學六年級閱讀理解篩選測驗」分數，選出「數閱低組」、「數低組」和「數閱一般組」各30位小學六年級學生，進行數學文字題的放聲思考研究。為瞭解國小六年級「數

閱低組」與「數低組」這兩類學生相較於「數閱一般組」的學生，在數學文字題解題歷程的表現差異與困難所在，本研究除了以符合國小五、六年級數學課程的數學概念設計數學文字題之外，也參考國小五、六年級數學課本，在自編的數學文字題中安排對國小五、六年級學生來說較有難度的「關係語句」或複合句型。另外，也設計相對應的數學演算題，藉以探究解題的困難是否來自於四則運算能力的不足。由於國小學生有時較難在放聲思考的過程中自發性地表達自己的想法，因此本研究也準備了結構式晤談的問題。當受試者在放聲思考無法自發性地說出他對題目的理解時，或是無法說出他如何根據對題意的理解去解題，筆者即以結構式晤談的問題做為鷹架。詳細的施測程序與結構式晤談的問題內容將在「研究程序」進一步說明。

### 三、研究工具

以下分別說明本研究所使用的研究工具，包括「中文年級認字量表」、「國民小學六年級閱讀理解篩選測驗」、及自編的「國小六年級數學文字題」。

#### (一) 中文年級認字量表：

本研究採黃秀霜（2001）編製的「中文年級認字量表」，排除認字能力在 PR25（原始分數 91）以下的學生。「中文年級認字量表」是測量中文識字能力的測驗。此測驗的題目為兩百個中文字，字的難度依序遞增。學生需讀出或寫出每個字的讀音。

本測驗以國小一年級到國中三年級的學生，共 3655 名為研究對象，測得的 Cronbach's  $\alpha$  信度係數為 .99。另外，以學生第一學期國語科學期成績及標準化國語文測驗分別做為效標，所得之效標關連效度分別介於 .36 ( $p < .05$ ) ~.76 ( $p < .001$ ) 和 .48~.67 ( $p < .001$ )，兩者均呈現中度至高度的相關。

#### (二) 國民小學六年級閱讀理解篩選測驗：

本研究以柯華葳與詹益綾（2006）編製的「國民小學六年級閱讀理解篩選測驗」A 卷來選取中等閱讀能力和低閱讀能力的學生。此測驗的題目包括四種類型：多義字題、命題組合題、句子理解題和短文理解題，共有

30 題。測驗題型是四選一的選擇題，總分的分數範圍為 0~30 分。

在信度考驗方面，本測驗的 A、B 複本分別以 151、167 名六年級學生為研究對象，所測得的 Cronbach's  $\alpha$  係數為 .79 和 .80。在效度考驗方面，以六年級學生為研究對象，進行效標關聯效度的考驗。本測驗與「聽覺理解測驗」的相關係數為 .43，與「識字量評估測驗」的相關係數為 .53，與「常見字流暢性測驗」的相關係數為 .67，顯示有良好的效標關聯效度。

### (三) 自編「國小六年級數學文字題」：

「國小六年級數學文字題」的編製過程如下：

#### 1. 整理國小六年級數學概念

首先，筆者將國小六年級下學期以前的數學課程中曾出現的數學概念整理成表格，以做為設計數學文字題時選取數學概念之用。

#### 2. 整理數學文字題常出現的句型

由於研究目的想瞭解國小六年級學生在閱讀數學文字題時，轉譯歷程的順利與否會不會受自身閱讀能力影響，尤其國小數學文字題中，會出現一些較困難的關係語句，或是含有連接詞的句型，學生可能因為對這些句型的理解有困難，以致無法正確理解題意，因此筆者在編數學文字題之前，先對國小數學課本的數學文字題進行分析，以瞭解哪些關係語句或含有連接詞的句型在國小課本中較常出現。

#### 3. 句型難度評定

請十位教學年資平均十年以上的國小六年級老師以五點量表評定筆者所整理「數學文字題常見句型」的難度。根據十位老師的評定結果，選出十一種對國小六年級學生較為困難的句型（見表 3），並以這十一種句型編寫數學文字題。

#### 4. 編寫數學文字題

(1) 選擇數學概念：本研究數學文字題中的數學概念乃選自國小五年級至六年級上學期數學課程內容，選取原則為：A. 常出現於數學文字題的數學概念，或是 B. 該數學概念的數學文字題包含常見的困難句型。依此選取原則選出的數學概念為：速率、比值、因數、倍數等概念。

(2) 設計數學文字題：參考國小數學課本，以選定的數學概念設

計六道數學文字題，其中兩題以因數和倍數為主要數學概念，兩題以速率為主要數學概念，兩題以比值為主要數學概念。編寫文字題時，研究者也盡可能讓上述十一種句型出現在題目中。此外，在題目中設計混淆的訊息，藉以測試受試者是否能排除混淆資訊以成功解題。

表 3  
國小六年級數學文字題的常見困難句型

常見句型	
句型 1	烤肉用的豬肉片每公斤 65 元，光威買了 7 公斤，麗芬買了 5 公斤，光威比麗芬多付了多少元？
句型 2	萬豐果園今天採收一堆蘋果，每 15 個蘋果裝一籃，剛好裝完。如果採收的蘋果數量，最接近 500 個又比 500 個少，那麼今天採收多少個蘋果？
句型 3	真真從家裡出發去運動場，她騎腳踏車的分速是 450 公尺，真真出發 2 分鐘後，爸爸才從家裡出發，爸爸騎摩托車的分速是 810 公尺，幾分鐘後爸爸會追上真真？
句型 4	麗玲和弟弟分別從家裡騎車去公園，麗玲家到公園的距離是 2880 公尺，麗玲騎車的分速是 360 公尺，弟弟騎車的分速是 640 公尺，麗玲出發 3 分鐘後弟弟才出發，在麗玲到達公園前，弟弟可以追上她嗎？
句型 5	甲數是 40.23，乙數是甲數的 13 倍再加上 13.6，乙數是多少？
句型 6	麗玲和弟弟分別從家裡騎車去公園，麗玲家到公園的距離是 2880 公尺，麗玲騎車的分速是 360 公尺，弟弟騎車的分速是 640 公尺，麗玲出發 3 分鐘後弟弟才出發，在麗玲到達公園前，弟弟可以追上她嗎？
句型 7	弟弟有一桶彈珠，數量大約在 55~65 顆之間，每 3 顆一數，剛好數完。弟弟的彈珠最少可能有多少顆？
句型 8	王校長買了 6656 顆糖果，要平分給 830 位學生，每位學生最多可以分到幾顆糖果？還剩下幾顆糖果？
句型 9	農場採收 4800 公斤的水果，用小貨車把水果載到批發市場。一輛小貨車只能載重 200 公斤，最少需要幾輛小貨車才能一次把水果全部載完？
句型 10	一副撲克牌一共 52 張，其中有一半的花色是黑的、一半是紅的。請問黑的和紅的分別有幾張？
句型 11	下列都是相等的比，哪一個比的前項和後項，除了 1 之外，沒有其他的公因數？

### 5. 文字題難度評定

請八位國小六年級老師以五點量表評定自編數學文字題的難度，根據評定結果，針對被評為「非常困難」的題目做修改。然後，請這八位國小六年級老師再次評定修改版的難度，結果顯示經過修改的自編數學文字題難度為「普通」和「稍微困難」，適合做為國小六年級學生的研究材料。

### 6. 編數學演算題

為了瞭解學生無法正確解題的原因，是否為算術能力薄弱所致，因此本研究也設計與自編數學文字題正確運算過程相似的數學演算題讓學生作答。

## 四、研究程序

### (一) 前導研究

為了估計施測時間與瞭解學生的答題反應，在正式施測之前，以前述選取受試者的標準選出七位小六學生施測。其中，三位是數學能力與閱讀能力均為一般水準的學生，一位是數學低成就的學生，三位是數學與閱讀能力均為低成就的學生。根據七位學生的作答情形，發現六道題目所需的施測時間過長，平均一位學生的施測時間約需 40 分鐘，因此將題目刪為三題，各題包含的數學概念分別為速率和分速、比值和等分、因數和倍數。施測時間約為二十分鐘。

### (二) 正式施測

首先，由筆者對受試者說明指導語。若受試者對測驗程序沒有疑問，則請受試者一邊閱讀一邊將題目唸出來，筆者計算受試者的「朗讀流暢度」(reading fluency，即一分鐘唸對的字數)，以瞭解受試者的「認字效能」是否具基礎水準。接著，請受試者以放聲思考的方式說明他對於題目的瞭解。如果受試者無法解釋題目的意思，或只是將題目再念一次，則筆者會繼續詢問受試者幾個問題，以瞭解他對題目的掌握程度。詢問的問題如下：1. 題目想要問你什麼？2. 題目告訴你什麼？3. 題目中有哪些訊息是可以幫助你解題的？

為瞭解受試者對數學文字題中數學概念的理解，因此，如果受試者無法掌握數學概念或筆者無法從他的回答判斷他是否明白數學文字題的數學



概念，則筆者繼續詢問受試者以下幾個問題：1. 這個概念（例如：速率）是什麼？2. 你在哪一個單元學過？你還記得在那一個單元學過的概念是什麼意思嗎？如果說不出是什麼概念或哪一個單元，可以舉例嗎？3. 如果學生還是答不出來，則讓學生從筆者設計的「數學概念」二選一的選項選出答案。這三個問題為層層遞進的設計，使受試者可以隨著問題愈來愈具體而瞭解並回答問題。如果受試者可以答出第一題，筆者即不再詢問第二、三題；若受試者答不出第一題，但經由第二題能答出該數學概念的意思，則不繼續詢問第三題；若受試者無法回答第一、二題，筆者即會給予受試者「數學概念」二選一的選項（亦即第三題）讓他判斷。因此，當問題越具體，但受試者仍無法回答，則代表受試者對此數學概念理解越弱。

在關鍵句型理解的部分，如果受試者無法理解關鍵句型的意思，或筆者無法從其回答判斷受試者是否瞭解關鍵句型的句意，則筆者會請受試者從自編的「關鍵句型」二選一或三選一的選項選出答案。例如：當關鍵句型為「茜茜家到學校的距離比一美家到學校的距離近 600 公尺」，如果受試者在解釋題意時，沒有提及茜茜家和一美家與學校之間的距離差異，則筆者會進一步問受試者「請問誰的家距離學校比較近？」。以下為關鍵句型的提問範例：

1. 範例一

茜茜家到學校的距離比一美家到學校的距離近 600 公尺。

施測者：誰的家離學校比較近？

2. 範例二

在一美到達學校前，茜茜可以追上她嗎？

施測者：這句話的意思是「一美已經到學校了」還是「一美還沒到學校？」

然後，再請受試者進行解題。解題之後，無論其解題是否正確，都請受試者解釋自己所列之每一個算式的理由。如果受試者能正確回答關鍵句型的意思以及數學概念，則在列算式時，通常可以正確解題，也能正確說出每一個式子代表的意義。如果受試者能正確回答關鍵句型的意思，但無法理解數學概念；或是受試者雖然可以回答數學概念的意思，但是無法理解關鍵句型；或者關鍵句型及數學概念都無法正確掌握，則受試者可能無

法正確列算式與解題，或是在回答每一個式子的意義時，無法做出正確的解釋。

最後，則請受試者做數學演算試卷的題目。施測程序見圖 1。

### （三）計分

以下分別說明「關鍵句型理解」、「數學概念理解」、「數學文字題列算式表現」、及「算術能力」四個依變項的計分方式。

1. 關鍵句型理解：根據受試者能否解釋每一道數學文字題中關鍵句型的意思，或能否回答老師針對關鍵句型所問的的提示問題來評分。原則上，學生能正確理解一個關鍵句型的意思可得 1 分。
2. 數學概念理解：根據學生能否正確解釋數學文字題中的主要數學概念來評分。每個數學概念的得分會根據提示問題的有無及多寡而不同。如果不需提示即能正確解釋該概念的定義或自行舉例說明，則該數學概念之理解可得滿分。如果需要提示才能回答，則所需提示愈多，得分越少。各個數學概念的滿分依其難度而有不同。其中，「等分」和「比值」這兩個概念的滿分為 2 分，速率、分速、因數和倍數的滿分均為 3 分。若學生需要以下提示引導才能答對，例如「你在哪一個單元學過？你還記得在那一個單元學過的概念是什麼意思嗎？如果說不出是什麼概念或哪一個單元，可以舉例嗎？」，則得 2 分。若學生需施測者進一步提供「數學概念」二選一的選項才能答對，則得 1 分。若學生對數學概念的解釋、舉例不正確，或是在「數學概念」二選一答錯選項，則為 0 分。

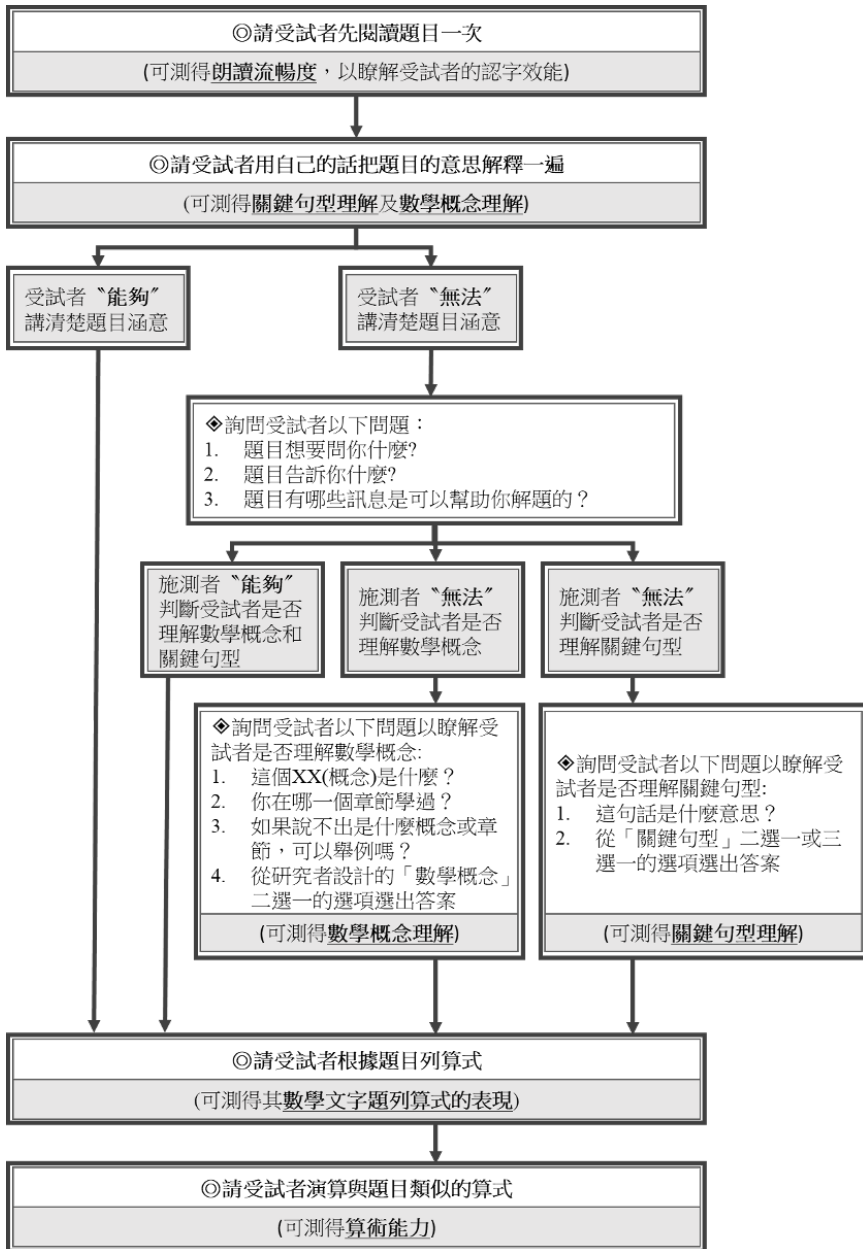


圖 1 施測程序圖

3. 數學文字題列算式表現：根據學生能否依題意列出正確算式，且能解釋所列算式的意思來評分。正確列出一個算式計 1 分，錯誤則計 0 分。
4. 算術能力：根據學生在數學演算試卷中的作答評分，正確計算出一個算式的答案計 1 分，錯誤計 0 分。

## 肆、研究結果

為瞭解「數學低成就伴隨閱讀能力落後」與「數學低成就但閱讀能力一般水準」這兩類學生與「數學程度及閱讀能力皆為一般水準」的對照組，在數學文字題解題歷程的表現差異，以了解前兩組學生產生困難的環節，本研究分別比較這兩類學生與一般能力的對照組在「關鍵句型理解的表現」、「數學概念理解」、「數學文字題列算式表現」與「算術能力」的表現差異。其中，「關鍵句型理解的表現」與 Mayer (1987, 1992) 解題歷程理論的「問題轉譯」有關，「數學概念理解」與 Mayer 理論的「問題整合」有關，「數學文字題列算式表現」與「解題計畫與監控」有關，「算術能力」的表現則與「解題執行」有關。

### 一、關鍵句型理解分析

在「關鍵句型理解」方面，本研究分別以獨立樣本單因子變異數分析，及以認字能力和閱讀理解能力為共變項的共變數分析，比較三組受試者的這項資料。

首先，由於三組受試者在這項資料上，變異數同質性檢定達顯著 ( $F_{(2,87)} = 13.23, p < .001$ )，因此採用 Welch 統計分析。根據 Welch 統計分析結果，三組受試者在「關鍵句型理解」的表現有顯著差異 ( $W = 10.23, MSE = 1.76, p < .001, \eta^2 = .22$ )。經事後比較得知，數閱低組分別與數低組和數閱一般組在「關鍵句型理解」的表現有顯著差異，數閱低組的關鍵句型理解表現 ( $M = 8.93, SD = 1.84$ ) 低於數低組 ( $M = 10.13, SD = 1.14$ ) 及數閱一般組 ( $M = 10.57, SD = .77$ )，而數低組與數閱一般組的表現則沒有顯著差異。

另外，本研究也以認字能力和閱讀理解能力為共變項，採共變數分

析比較三組在「關鍵句型理解」的表現是否有差異。認字能力是以「中文年級認字量表」的得分為指標，閱讀理解能力是以「國民小學六年級閱讀理解篩選測驗」的得分為指標。在排除認字能力和閱讀理解能力對「關鍵句型理解」的影響後，三組學生在「關鍵句型理解」的表現未達顯著差異 ( $F_{(2,85)} = 2.41, MSE = 1.76, p > .05, \eta^2 = .054$ )。這表示在排除認字能力和閱讀理解能力的影響後，三組學生在「關鍵句型理解」的表現沒有差異。換言之，在 Welch 統計分析中，數閱低組的關鍵句型理解表現低於數低組及數閱一般組，主要來自於認字能力和閱讀理解能力的影響。三組受試者在「關鍵句型理解」的平均數、調整後平均數與標準差如表 4 所示。

表 4  
 三組受試者在「關鍵句型理解」的平均數、調整後平均數與標準差

組別	人數	平均數(分)	調整後平均數(分)	標準差
數閱低組	30	8.93	9.05 <sup>a</sup>	1.84
數低組	30	10.13	10.20 <sup>a</sup>	1.14
數閱一般組	30	10.57	10.38 <sup>a</sup>	.77

<sup>a</sup>：調整後平均數

## 二、數學概念理解分析

首先，由於「數學概念理解」的評分涉及評分者的判斷，因此除了筆者外，本研究也請另一位評分者根據評分規準進行評分。以 Pearson 積差相關分析評分者信度，兩位評分者對所有受試者「數學概念理解」的評分相關係數是 .88，對數閱低組、數低組、和數閱一般組的評分者信度分別為 .86、.85、.86。

接著，在「數學概念理解」方面，一樣分別以獨立樣本單因子變異數分析，及以認字能力和閱讀理解能力為共變項的共變數分析，比較三組受試者的這項資料。

由於三組受試者在這項資料上，變異數同質性檢定達顯著 ( $F_{(2,87)} = 4.53, p < .05$ )，因此採用 Welch 統計分析。根據 Welch 統計分析結果，三組受試者在「數學概念理解」的表現有顯著差異 ( $W = 36.06, MSE = 5.50$ ，

$p < .001$ ,  $\eta^2 = .51$ )。經事後比較得知，數閱低組分別與數低組和數閱一般組在「數學概念理解」的表現有顯著差異，數閱低組的數學概念理解表現 ( $M = 4.70$ ,  $SD = 2.87$ ) 低於數低組 ( $M = 9.13$ ,  $SD = 1.96$ ) 及數閱一般組 ( $M = 10.10$ ,  $SD = 2.11$ )，而數低組與數閱一般組的表現則沒有顯著差異。

另外，本研究也以認字能力和閱讀理解能力為共變項，以共變數分析比較三組在「數學概念理解」的表現是否有差異。結果顯示：在排除認字能力和閱讀理解能力對「數學概念理解」的影響後，三組學生在「數學概念理解」的表現仍達顯著差異 ( $F_{(2,85)} = 4.44$ ,  $MSE = 4.98$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2 = .10$ )。經事後比較可知，數閱低組分別與數低組和數閱一般組在「數學概念理解」的表現有顯著差異，數閱低組的數學概念理解表現 ( $M = 6.33^a$ ) 低於數低組 ( $M = 8.97^a$ ) 及數閱一般組 ( $M = 8.64^a$ )，而數低組與數閱一般組的表現則沒有顯著差異。三組受試者在「數學概念理解」的平均數、調整後平均數、與標準差如表 5 所示。

表 5

三組受試者在「數學概念理解」的平均數、調整後平均數與標準差

組別	人數	平均數(分)	調整後平均數(分)	標準差
數閱低組	30	4.70	6.33 <sup>a</sup>	2.87
數低組	30	9.13	8.97 <sup>a</sup>	1.96
數閱一般組	30	10.10	8.64 <sup>a</sup>	2.11

<sup>a</sup>：調整後平均數

### 三、數學文字題列算式的表現分析

在「數學文字題列算式表現」方面，同樣分別以獨立樣本單因子變異數分析，及以認字能力和閱讀理解能力為共變項的共變數分析，比較三組受試者的這項資料。

首先，由於變異數同質性檢定未顯著 ( $F_{(2,87)} = 2.06$ ,  $p > .05$ )，根據獨立樣本單因子變異數分析的結果，三組學生有顯著差異 ( $F = 33.11$ ,  $MSE = 9.37$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2 = .43$ )。經事後比較得知，數閱低組分別與數低組

和數閱一般組在「數學文字題列算式表現」有顯著差異，而數低組與數閱一般組的表現也有顯著差異。數閱低組的「數學文字題列算式表現」( $M = 3.40, SD = 2.79$ )低於數低組( $M = 5.43, SD = 2.84$ )及數閱一般組( $M = 9.70, SD = 3.51$ )，而數低組的「數學文字題列算式表現」也低於數閱一般組。

另外，本研究也以認字能力和閱讀理解能力為共變項，以共變數分析比較三組學生在「數學文字題列算式表現」是否有差異。根據獨立樣本單因子共變數分析結果，在排除認字能力和閱讀理解能力對「數學文字題列算式表現」的影響後，三組學生在「數學文字題列算式表現」仍達顯著差異( $F_{(2,85)} = 5.15, MSE = 8.87, p < .01, \eta^2 = .11$ )。經事後比較得知，數低組( $M = 5.13^a$ )與數閱一般組( $M = 8.13^a$ )在「數學文字題列算式表現」有顯著差異。數低組的「數學文字題列算式的表現」低於數閱一般組。而數閱低組( $M = 5.28^a$ )與數閱一般組( $M = 8.13^a$ )之間的差異則趨近顯著( $p = .06$ )。數閱低組的「數學文字題列算式的表現」低於數閱一般組。三組受試者在「數學文字題列算式的表現」平均數、調整後平均數與標準差如表6所示。

表6

三組受試者在「數學文字題列算式的表現」平均數、調整後平均數與標準差

組別	人數	平均數(分)	調整後平均數(分)	標準差
數閱低組	30	3.40	5.28 <sup>a</sup>	2.79
數低組	30	5.43	5.13 <sup>a</sup>	2.84
數閱一般組	30	9.70	8.13 <sup>a</sup>	3.51

<sup>a</sup>：調整後平均數

#### 四、算術能力的分析

在「算術能力」方面，由於三組受試者在這項資料上，變異數同質性檢定達顯著( $F_{(2,87)} = 4.98, p < .01$ )，因此採用 Welch 統計分析。根據 Welch 統計分析結果，三組小六學生在「算術能力」的表現有顯著差異( $W = 15.12, MSE = 1.05, p < .001, \eta^2 = .20$ )。經事後比較得知，數閱低組和數低組在「算術能力」的表現均與數閱一般組有顯著差異，數閱低組的算術能力( $M = 7.33, SD = 1.06$ )低於數閱一般組( $M = 8.47, SD = .68$ )，

數低組的算術能力 ( $M = 7.50$ ,  $SD = 1.25$ ) 也低於數閱一般組，而數閱低組與數低組則沒有顯著差異。

## 伍、綜合討論

Mayer (1987, 1992) 認為學生在解數學文字題時，會經歷「問題表徵」與「問題解決」兩個歷程，前者又分成「問題轉譯」和「問題整合」，後者則分成「解題計劃與監控」和「解題執行」。如同 Mayer 所言，國小六年級學生在解數學文字題時，會經歷閱讀理解數學文字題，轉譯數學文字題中的數學概念，結合經由閱讀理解和數學概念所得到的訊息形成心理表徵，以此心理表徵列數學算式，最後再完成算式的計算以得到答案。本研究以「關鍵句型理解」了解學生對數學文字題中「關係語句」或複合句型的瞭解程度，以「數學概念理解」反映學生對數學概念的掌握程度，這兩項表現會影響「問題表徵」的進行。至於「數學文字題列算式表現」，則反映學生應用前一階段形成的問題表徵進行列式的能力，「算術能力」則是指四則運算能力，這兩項會影響「問題解決」階段的進行。因此，筆者藉由分析學生在「關鍵句型理解」、「數學概念理解」、「數學文字題列算式的表現」、「算術能力」這四個變項上的表現，瞭解「數學低成就伴隨閱讀能力落後」、「數學低成就但閱讀能力一般水準」、及「閱讀能力與數學程度皆為一般水準」的六年級學生在數學文字題的解題歷程表現差異。

在「關鍵句型理解」中，本研究先進行獨立樣本單因子變異數分析。經事後比較可知，數閱低組的表現比數低組和數閱一般組弱，而數低組和數閱一般組的表現則沒有差異。此結果與 Powell、Fuchs、Fuchs、Cirino 與 Fletcher (2009) 的發現相似。Powell 等人 (2009) 以小學三年級數學障礙學生、數學閱讀雙障礙學生以及一般學生，探討數學文字題的題型（合併型、差異型、改變型）是否會影響問題的困難度及造成三組學生表現的差異。研究結果顯示：數學障礙組在「改變型」文字題的表現比「合併型」、「差異型」文字題好；數學閱讀雙障礙組則在「合併型」文字題的表現比「改變型」、「差異型」文字題好。主要原因與兩組學生理解題意的能力不同有關。一般而言，在讀「改變型」文字題時，解題者需要自行判斷應該以加法或減法解題，而判斷的標準為文字題中的關係句型，因此如果關



係句型的理解能力不佳，即有可能會造成解題者誤判文字題的題意。由於數學閱讀雙障礙學生的閱讀理解能力較弱，因此會覺得「改變型」文字題的難度較高。反之，數學障礙組的閱讀理解能力較強，因此在閱讀數學文字題時，比較能理解句子之間的關係，以及運用相關的句型知識，正確理解句中各變項之間的關係（Mayer, 2008）。在本研究中，由於數閱低組的閱讀理解能力比其他兩組低，因此這組學生在「關鍵句型理解」表現也較弱。相對地，數低組與數閱一般組的閱讀理解能力無太大差異，因此在「關鍵句型理解」的表現也沒有太大差別。

以往與數學文字題有關的研究，多將文字題中的關鍵句型視為一種數學概念的表達方式，亦即藉由關鍵句型的陳述，可以表達出文字題中各變項之間的抽象關係。因此，有些研究者認為受試者能否理解關鍵句型，應該是受其數學能力的影響。然而，不同於以往的研究，本研究認為閱讀理解能力才是影響受試者理解關鍵句型的主要因素。為了確認此處測得的「關鍵句型理解」與閱讀理解能力有關，本研究進一步以「中文年級認字量表」與「閱讀理解困難篩選測驗」的得分為共變項，進行獨立樣本單因子共變數分析。結果顯示，排除認字能力和閱讀理解能力的影響後，三組在「關鍵句型理解」的表現沒有差異。由此可知，數閱低組與其他兩組在「關鍵句型理解」的表現差異來自於認字能力和閱讀理解能力的不同，因此排除認字能力與閱讀理解能力的影響後，三組之間即沒有差異。由此分析可知，閱讀理解能力落後容易讓學童在數學文字題解題歷程中的「問題轉譯」階段不順利。

在「數學概念理解」部分，不論單因子變異數分析或排除認字能力和閱讀理解能力影響的單因子共變數分析，均得到相同的結果，也就是：數閱低組的表現比數低組與數閱一般組弱，但數低組和數閱一般組沒有差異。然而，在「數學文字題列算式的表現」中，變異數分析的結果顯示：數閱低組的表現比其他兩組弱，數低組又比數閱一般組弱。當進一步以共變數分析排除認字能力和閱讀理解能力的影響後，結果仍顯示數低組的表現比數閱一般組弱，但數閱低組與數低組的差異則消失。這意謂數閱低組在「數學文字題列算式的表現」之所以比數低組弱，仍與閱讀能力的落後有關；但數低組不論有沒有排除認字能力和閱讀理解能力的影響，其列算

式的表現都比數閱一般組弱，可知落後的原因並非來自閱讀能力的影響。

一般而言，如果在「關鍵句型理解」、「數學概念理解」沒有困難，通常在「數學文字題列算式的表現」也會順利，但為什麼數低組在「關鍵句型理解」、「數學概念理解」都與數閱一般組沒有差異，可是在「數學文字題列算式的表現」中，卻比數閱一般組弱呢？究其原因，可能是本研究在「數學概念理解」的評分標準是以數學課本中之定義為主。如果學生能依課本裡的定義解釋數學概念，就能得到較高的分數；反之，如果學生以舉例的方式說明數學概念，得分較低。在課堂中，大部分的老師教導學生背誦概念定義，但即使學生能清楚背誦數學概念的定義，並不代表他也具備應用此數學概念成功解題的能力。也就是，數低組的學生雖然能說出數學概念的定義，但並不表示他們對於這個數學概念已形成完整的基模，可供形成解題的心理表徵，並能順利運用此心理表徵進行解題（Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer, 1988）。因此，雖然數低組與數閱一般組在「數學概念理解」的得分沒有差異，但是兩組在應用數學概念進行解題的表現仍有一段落差。至於數閱低組和數低組雖然數學表現都弱，但是形成的原因有所不同。數閱低組的學生可能是因為數學概念的知識模糊、不足，所以連數學概念的定義都說不太清楚；而數低組的學生則可能是數學概念的基模或心理表徵不夠完整，所以即使能說出概念的定義，也無法成功應用數學概念進行解題的列式。換言之，數閱低組在「問題整合」、「解題計劃與監控」階段都有困難；數低組則因本研究在「數學概念理解」的評分標準是以能說出定義為準，可能無法完全反映學生在特定數學概念基模知識的完整度，致使這組雖然在「問題整合」階段看似沒困難，但到了「解題計劃」階段就開始不順利。

此外，學生在解數學文字題時，除了會受到閱讀理解能力、數學能力的影響之外，也可能會受邏輯思考能力、抽象概念理解能力的影響，亦即小六學生的解題表現也可能會受智力的影響。然而，本研究並未蒐集國小六年級學生的智力資料，因此無法釐清數低組與數閱一般組表現差異的結果是否是由智力因素所造成。

在「算術能力」部分，數閱低組與數低組的表現都比數閱一般組弱，而數低組與數閱低組之間則沒有差異。Fuchs 等人（2006）指出算術能力與數學文字題解題表現有顯著相關，而且算術能力可有效預測學生在數學

文字題的解題表現。因此，如果學生的算術能力不佳，在解數學文字題時，也會有不好的表現。由此可知，數閱低組與數低組因為算術能力弱，所以在「解題執行」階段也都會遇到困難。

由以上分析也可知過去一些數學文字題解題歷程研究，之所以發現數學低成就學生從「問題轉譯」到「解題執行」整個解題歷程都會出現困難（陳瓊瑜，2002；楊金城，2003），可能是因為研究對象中包含了「數學低成就伴隨閱讀能力落後」的學生。從本研究可知，「數學低成就但閱讀能力一般水準」的學生在「問題轉譯」階段大致上是順利的；但「數學低成就伴隨閱讀能力落後」的學生則從「問題轉譯」階段就有困難。因此，在進行數學學習困難診斷時，需將「數學低成就伴隨閱讀能力落後」與「數學低成就但閱讀能力一般水準」這兩類學生予以區分，因為這兩類學生所需要的補救教學內容會有些不同。

## 陸、結論與建議

### 一、結論

綜合前述分析結果與討論，本研究的結論如下：

（一）「數學低成就伴隨閱讀能力落後」的學生解數學文字題時，從「問題轉譯」到「解題執行」都有困難。

「數學低成就伴隨閱讀能力落後」的學生從「問題轉譯」、「問題整合」到「解題計劃與監控」與「解題執行」都有困難。也就是：伴隨閱讀能力落後的數學低成就學生在解數學文字題時，無法完全理解數學文字題中的「關係語句」或複合句型，在讀數學文字題時無法掌握數學概念，以致無法根據題意及數學概念列出正確算式，而且算術能力也不足。因此補救教學不能只著重在算術能力的訓練，或是反覆練習類似的數學文字題型，而是需提升其閱讀理解能力，幫助學生理解與熟悉數學文字題的「關係語句」或複合句型，以及加強學生對數學概念的理解。

（二）「數學低成就但閱讀能力一般水準」的學生解數學文字題時，主要困難在「解題計劃」與「解題執行」。

「數學低成就但閱讀能力一般水準」的學生在數學文字題的解題困難是：雖然能說出數學概念的定義，但對於數學概念的理解可能不夠透徹，或是數學概念的基模知識不夠完整，導致無法根據數學概念的知識，列出正確的算式。此外，這類型學生的算術能力也比較薄弱。因此，補救教學不僅需著重於數學概念的澄清，強調數學概念的應用，也需提升學生的算術能力。

## 二、研究限制

本研究的數閱低組、數低組、及數閱一般組在「數學文字題列算式」的表現，除了與理解題意的程度有關之外，也可能受邏輯思考能力的影響，也就是學生的解題表現可能會受到智力的影響。由於本研究並未蒐集學生的智力資料，因此無法釐清列算式表現的差異是否由智力所造成。雖然，智力與數學解題能力、閱讀理解能力有相關，但即使知道學生的智力水準，也無法讓老師瞭解學生解題失敗的問題癥結所在。本研究不僅有助於瞭解「數學低成就伴隨閱讀能力落後」與「數學低成就但閱讀能力一般水準」兩類學生在數學文字題解題困難的不同，也示範一個診斷數學低成就學生困難癥結點的程序，因此具有教育應用上的意義與價值。

## 三、建議

### （一）教育應用上的建議

本研究之結果在教育應用上可提供以下建議：

#### 1. 兩類數學低成就學生的篩選：

由本研究的分析結果可知「數學低成就伴隨閱讀能力落後」與「數學低成就但閱讀能力一般水準」兩類學生在數學文字題解題困難的原因不同。以目前國內已有的認字測驗（黃秀霜，2001；洪儷瑜、王瓊珠、張郁雯、陳秀芬，2008）和閱讀理解測驗（柯華葳、詹益綾，2006；蘇宜芬、洪儷瑜、陳心怡、陳柏熹，2018），可以區分這兩群數學低成就學生，而後續的補救教學則可分別針對學生的弱處做加強。

#### 2. 診斷程序與補救教學：

本研究發現：學生在進入「問題解決」階段之前，「關係語句」或複合句型理解不佳與數學概念理解不清，皆可能造成學生解題困難。所以，

老師在為學生設計補救教學課程之前，若能先瞭解數學低成就學生更細步的解題困難原因，則可讓補救教學更對症下藥。診斷程序可參考本研究在「正式施測」中的做法。也就是，在關鍵句型理解的部分，如果學生無法說出題目中關鍵句型的意思，或老師無法從學生的回答判斷他是否瞭解關鍵句型的句意，則老師可提供二選一或三選一的選項，讓學生選出答案。例如：當關鍵句型為「茜茜家到學校的距離比一美家到學校的距離近 600 公尺」，若學生在解釋題意時，沒有提及茜茜家與一美家與學校之間的距離差異，則老師可進一步問學生「請問誰的家距離學校比較近？」。

對於文字題中數學概念的理解，如果老師無法從學生對題意的解讀判斷他是否明白題目中的數學概念，則老師可依序詢問學生以下問題：1. 這個概念（例如：速率）是什麼？2. 你在哪一個單元學過？你還記得在那一個單元學過的概念是什麼意思嗎？如果說不出是什麼概念或哪一個單元，可以舉例嗎？3. 如果學生還是答不出來，則可讓學生從老師設計的「數學概念」二選一的選項中選出答案。

根據上述診斷程序，如果學生的困難癥結是無法理解「關係語句」或複合句型，則需加強其句型理解能力；若困難所在是數學概念的掌握不佳，則需針對數學概念做補強。當學習困難診斷做得越細緻，則補救教學就能越精準。

## （二）未來研究的建議

### 1. 「數學概念理解」的評估標準

本研究在「數學概念理解」的評估，是以學生能說出該概念在課本上的定義為準，這個標準易高估只會背定義但不會應用的學生對該數學概念的理解。因此建議未來研究在「數學概念理解」的評估標準上，除需考量學生對概念意義的瞭解外，也應考慮學生是否知道這個概念如何應用，例如：請學生舉一個例子說明這個概念的應用。或者，也可參考 Silver (1981) 的方式，給學生一些應用問題，請他們加以分類。通常數學概念清晰的學生會根據有效的數學基模知識來分類，數學概念不清晰的學生則傾向根據問題的表面特徵（如：題目之間所提到的共同詞彙）來分類。

### 2. 「解題監控」的觀察

本研究在解題歷程的資料蒐集上，沒有特別觀察「解題監控」方面的

資料，因此未來研究可以在這方面進一步探究。

### 3. 智力影響因素的排除

關於本研究的數閱低組、數低組、及數閱一般組在「數學文字題列算式表現」之差異是否與智力有關，由於本研究沒有蒐集學生的智力資料，所以無法釐清這部分的關聯。因此，未來相關研究可蒐集學生的智力資料，以便釐清智力影響的程度。

## 參考文獻

- 李靜瑤（1994）。高雄市國二學生數學解題歷程之分析研究。（碩士論文，國立高雄師範大學）。臺灣博碩士論文知識加值系統。<https://hdl.handle.net/11296/w7x2wy>
- [Lee, J. Y. (1994). *A research on mathematical problem solving processes*. (Master's thesis, National Kaohsiung Normal University). National Digital Library of Theses and Dissertations in Taiwan. <https://hdl.handle.net/11296/w7x2wy>]
- 李俐麗（1999）。探討從基模的層面評估國中小數學資優生的數學解題能力。（碩士論文，國立臺灣師範大學）。臺灣博碩士論文知識加值系統。<https://hdl.handle.net/11296/cs3xhf>
- [Lee, L. L. (1999). *A study of the assessment of mathematical problem solving ability from a schema perspective on a group of sixth and seventh grade mathematically gifted students*. (Master's thesis, National Taiwan Normal University). National Digital Library of Theses and Dissertations in Taiwan. <https://hdl.handle.net/11296/cs3xhf>]
- 洪儷瑜、王瓊珠、張郁雯、陳秀芬（2008）。學童識字量評估測驗之編製報告。測驗學刊，55（3），489-508。<https://doi.org/10.7108/PT.200812.0003>
- [Hung, L. Y., Wang, C. C., Chang, Y. W., & Chen, H. F. (2008). Development of assessment of Chinese character lists for graders. *Psychological Testing*, 55(3), 489-508. <https://doi.org/10.7108/PT.200812.0003>]
- 柯華葳、詹益綾（2006）。閱讀理解困難篩選測驗。行政院國家科學委員會特殊教育小組印行。
- [Ko, H. W., & Chan, Y. L. (2006). *Reading comprehension screening test for second to sixth graders*. Department of Student Affairs and Special Education, Ministry of Education.]
- 陳瓊瑜（2002）。國小三年級數學學習困難學生乘法應用問題解題歷程之研究。（碩士論文，國立彰化師範大學）。臺灣博碩士論文知識加值系統。<https://hdl.handle.net/11296/27ekb4>
- [Chen, S. C. (2002). *The study of the problem solving process of multiplication word problems at the third grade students with mathematical learning difficulties*. (Master's thesis, National Changhua University of Education). National Digital Library of Theses and Dissertations in Taiwan. <https://hdl.handle.net/11296/27ekb4>]
- 黃秀霜（2001）。中文年級認字量表。心理出版社。
- [Huang, H. S. (2001). *Chinese character recognition test*. Psychological Publishing Co., Ltd.]

- 楊金城 (2005)。國一學生解數學文字題解題歷程之分析研究。(碩士論文, 國立高雄師範大學)。臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/4u33as
- [Yang, J. C. (2005). *A research on mathematical problem solving processes of G7 students*. (Master's thesis, National Kaohsiung Normal University). National Digital Library of Theses and Dissertations in Taiwan. https://hdl.handle.net/11296/4u33as]
- 謝明昆 (2002)。國二學生解數學文字題歷程之分析研究。(碩士論文, 國立高雄師範大學)。臺灣博碩士論文知識加值系統。https://hdl.handle.net/11296/bm7p8n
- [Hsieh, M. C. (2002). *A research on mathematical problem solving processes of G8 students*. (Master's thesis, National Kaohsiung Normal University). National Digital Library of Theses and Dissertations in Taiwan. https://hdl.handle.net/11296/bm7p8n]
- 蘇宜芬、洪麗瑜、陳心怡、陳柏熹 (2018)。閱讀理解成長測驗之編製研究。教育心理學報, 49 (4), 557-580。https://doi.org/10.6251/BEP.201806\_49(4).0003
- [Su, Y. F., Hung, L. Y., Chen, H. Y., & Chen, P. H. (2018). The development of progress monitoring test of reading comprehension. *Bulletin of Educational Psychology*, 49(4), 557-580. https://doi.org/10.6251/BEP.201806\_49(4).0003]
- 蘇宜芬、張祐瑄、李孟峰、黃鈺茜 (2016)。國小二至六年級朗讀流暢度篩檢準確度及切截點分。教育科學研究期刊, 61 (4), 33-57。https://doi.org/10.6209/JORIES.2016.61(4).02
- [Su, Y. F., Chang, Y. H., Li, M. F., & Huang, Y. C. (2016). Assessment accuracy and cut-off points of oral reading fluency for grade 2-6 students. *Journal of Research in Education Sciences*, 61(4), 33-57. https://doi.org/10.6209/JORIES.2016.61(4).02]
- Agrawal, J., & Morin, L. L. (2016). Evidence-based practices: Applications of concrete representational abstract framework across math concepts for students with mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 31(1), 34-44. https://doi.org/10.1111/ldrp.12093
- Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20(4), 405-438. https://doi.org/10.1016/0010-0285(88)90011-4
- Duke, N., & Carlisle, J. (2011). The development of comprehension. In Kamil, M. L., Pearson, P. D., Moje, E., & Afflerbach, P. (Eds.), *Handbook of reading research* (Vol. 4, pp. 199-228). Routledge.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., ... & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29-43. https://doi.org/10.1037/0022-0663.98.1.29
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 18-32. https://doi.org/10.1037/0022-0663.87.1.18



- Kikas, E., Mädamürk, K., & Palu, A. (2020). What role do comprehension-oriented learning strategies have in solving math calculation and word problems at the end of middle school?. *British Journal of Educational Psychology*, 90, 105-123. <https://doi.org/10.1111/bjep.12308>
- Krulik, S. K., & Rudnick, J. A. (1989). *Problem solving: A handbook for senior high school teachers*. Allyn & Bacon.
- Laborde C. (1990). Language and mathematics. In P. Neshet & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 53-69). Cambridge University Press.
- Lester, F. K. (1980). Problem solving: Is it a problem? In M. M. Lindsquist (Ed.), *Selected issues in mathematics* (pp. 29-45). NCTM.
- Mayer, R. E. (1987). *Educational psychology: A cognitive approach*. Little, Brown and Company.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition* (2nd.), (pp. 458-489). W. H. Freeman.
- Mayer, R. E. (2008). Learning mathematics. In Johnston W. J. (Eds.), *Learning and instruction* (2nd.), (pp. 152-205). Pearson.
- Nelson, P. M., Burns, M. K., Kanive, R., & Ysseldyke, J. E. (2013). Comparison of a math fact rehearsal and a mnemonic strategy approach for improving math fact fluency. *Journal of School Psychology*, 51(6), 659-667. <https://doi.org/10.1016/j.jsp.2013.08.003>
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*. Wiley.
- Powell, S. R., Fuchs, L. S., Fuchs, D., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2009). Do word-problem features differentially affect problem difficulty as a function of students' mathematics difficulty with and without reading difficulty?. *Journal of Learning Disabilities*, 42(2), 99-110. <https://doi.org/10.1177/0022219408326211>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic press.
- Sherman, K., & Gabriel, R. (2017). Math word problems: Reading math situations from the start. *The Reading Teacher*, 70(4), 473-477. <https://doi.org/10.1002/trtr.1517>
- Silver, E. A. (1981). Recall of mathematical problem information: Solving related problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 54-64.
- Van Garderen, D. (2007). Teaching students with LD to use diagrams to solve mathematical word problems. *Journal of Learning Disabilities*, 40(6), 540-553. <https://doi.org/10.1177/00222194070400060501>

